

建築構造設計と振動解析の基礎 (その1)
はじめての振動工学と建築 (Ver.1.0)

2011. 11. 26

主催： (社) 日本建築構造技術者協会
関東甲信越支部 JSCA 埼玉

はじめに

このテキストは、JSCA 埼玉の振動工学の基礎を学習するために編集したものです。近年、1960 年代以降の建築構造の設計技術の背景には、振動理論を用いた設計用計算式が多く見られます。超高層建物や特殊な形状の建物や高い工作物の設計にのみ用いられてきた振動理論は 1977 年の既存建物の耐震性能評価法や 1981 年の新耐震計画法から活用されています。その背景には振動理論を用いて実挙動を評価しようとする設計姿勢がある。その後、特に“免震構造”や“制振構造”の設計について振動理論の背景が無くては理解されません。そこで、本テキストでは、50 年ほど前から導入された知識ではあるが、建物の設計において振動の考え方や理論が使用されているいくつかの設計式を抽出し、どのような特性が反映されているかを見えます。つぎに、これらの背景を理解するために建物の振動現象を評価する方法として建物の振動解析モデル化について説明します。また、基本的な解析モデルを用いて条件が異なることによって応答が変化することを見ることにより、より精度の高い設計に役立てて頂きけることを願い作成したものです。

著者は、1989 年にアクティブ制振システムを用いた事務所ビル（東京の千駄ヶ谷に現存）の設計に協力する機会を得て、制御システムの解析シミュレーションプログラムの開発を担当した。振動解析は、学生時代にかじった経緯もあり、制御理論に難解さを感じなかったが、今思えば非常に難解な設計であった。その設計ではフィードバック制御と最適レギュレータ理論（LQ 制御理論）を適用する必要がある、それは建物の挙動や入力の外乱を 0.01 秒刻みでセンサーが観測し、次の目標挙動に対して最適な制御力を発揮させる方法である。具体的には、屋上にバネとダンパーをつけた付加質点を設け、モータで最適な振幅を与えることで慣性力を制御力として発揮させる AMD（アクティブ・マス・ダンパー）を使用している。この最適制御力（信号）を算定するためにレギュレータ理論を用いた。当時、この制御理論は、ジェット戦闘機の姿勢制御などに採用されており防衛大学の講習会を聞きに行ったことを覚えている。今後、私がこの制御方法を用いた建築設計をすることはないかもしれないが、建築工学になかった理論の美しさから家の書棚にはこれら機械制御の本が並んでいる。その後、ゼネコンの開発課に移籍し、パッシブ制震構造の設計と制震装置の開発に専念することになる。主な開発制震装置には、水あめのような粘性材を用いた粘性制震壁がある。当時、設計は既に完了し、施工段階であった静岡市にある静岡メディアシティーの制震壁の製作管理を行うことから始まり、この制震壁を用いた超高層ビルの設計が続く。さいたま市与野にある関東郵政庁舎、中野住友ビル、六本木にある森ビルの超高層ツインタワーなど、多くの設計に従事することになった。

2011.11.26

著者 CERA建築構造設計 代表 世良 信次

初版平成 23 年 11 月

目 次

第1話 振動理論を背景とした構造設計式	5
1-1. 動的な挙動と等価な静的な変形	
1-2. 地震力の算定	
1-3. 建物の卓越周期と設計地震力の変化	
1-4. 偏心率とねじれによる応答変化	
1-5. 剛性率と応答変化	
1-6. 地盤の特性と加速度増幅率	
第2話 地震動と設計用地震波	13
2-1. 地震動の扱い方の変化	
2-2. 観測地震波	
2-3. 人工地震波 (模擬地震波)	
2-4. 加速度スペクトル	
2-5. 告示波 (模擬地震波)	
第3話 建物の振動理論と解析モデル	21
3-1. 1 質点系モデルと振動理論	
3-2. 固有値解析法	
3-3. 2 質点系モデルへの展開	
3-4. 振動解析理論の展開	
3-5. 建築物の振動解析モデル化	
(1) 串団子モデル (等価せん断モデル、等価曲げせん断モデル)	
(2) 平面フレームモデル	
(3) 立体モデル (擬似立体モデル、立体モデル)	
(4) ロッキング・スウェイモデル	

第4話 地震応答解析の方法に見る振動工学	39
4-1. 時刻歴地震応答解析法	
4-2. 応答スペクトル法	
4-3. 限界耐力法	
4-4. エネルギー法	
第5話 減衰性能のモデル化	52
5-1. 建築構造物が持つ減衰	
5-2. 等価粘性減衰	
5-3. 付加減衰 (制振装置)	
5-4. 地下逸散減衰	
第6話 S造 10 階建て事務所ビルの解析モデル化による地震応答変化	58
6-1. 基本解析モデル	
6-2. 基礎固定、線形フレームの串団子モデル (A) による地震応答	
6-3. 基礎固定、断塑性フレームの串団子モデル (B) による地震応答	
6-4. 基礎構造をスウエイ・ロッキングバネで評価した地盤連成モデル (C) による地震応答	
6-5. モデル (B) に制振ダンパーを付加した制振構造モデル (E) による地震応答	
6-6. モデル (B) に免震層を設けた免震構造モデル (F) による地震応答	

(次回予告)

(第4話) エネルギー法にみる振動工学

(第5話) ・基礎固定、断塑性フレームの擬似立体モデル (D) による応答

・地盤モデルと地震応答

・地盤の液状化モデルの地震応答

(第7話) RC 造 10 階建て共同住宅の解析モデル化による地震応答

(第8話) 床スラブの応答振動

第1話 振動理論を背景とした構造設計式

1-1. 動的な挙動と等価な静的な変形

周知のとおり、建築構造の設計では、主に短期時荷重として地震動による水平荷重を取り扱っているが、建物高さが60m未満の建物では時刻歴応答解析を行うことなく設計ができることになっている。このことは建物高さが60m未満であれば、地震動を考慮しなくていいということではなく、近似的に、または簡易的に時刻歴応答解析で評価される水平荷重を静的に扱っていいということになっている。

1960年代に超高層建築の設計とともに動的解析の技術が進歩し、1981年の新耐震計画法では動的解析による設計技術が導入された。本節では、日頃使用している設計計算式の中に振動工学がどのような点に反映しているかを見て行くこととする。

1-2. 地震力の算定

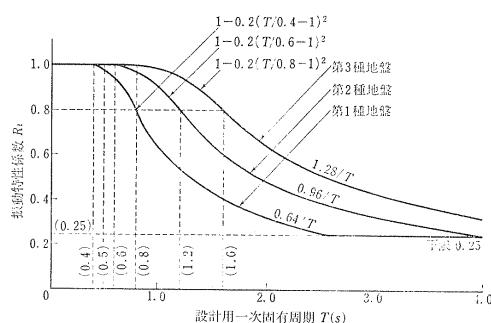
設計地震力を基準法施行令 88 条で求める場合、下式で算定する。

$$\text{各階の層せん断力 } Q_i = C_i \cdot W_i \quad C_i = Z \cdot R_t \cdot A_i \cdot C_o$$

この式で Z で地域性を、 R_t で地盤の種別と建物の固有周期特性が反映されている。 C_o は、発生確率が数十年に1度はあると想定されている中地震（震度Ⅳ）、強震（震度Ⅴ）を対象とし、ほぼ 25gal～100gal 程度を対象としている。ここで、地震応答解析の特性は、係数 R_t と A_i に反映されています。以下に、その概要を示す。

1) 振動特性係数 R_t の値は、建物の弾性域の 1 次固有周期 $T(\text{sec})$ と地盤の種別による代表地盤周期 T_c により決まる。図 1-1 からその特性が伺えられるが、入力地震動の卓越周期に対して建物の 1 次周期が長ければ、入力地震動（加速度）が低減される地盤と建物の相互作用効果を連成振動の特性として簡易に反映している。ただし、“弾性域”とすることで過大に評価しないようにしている。

時刻歴応答解析では、建物の損傷による塑性化を考慮するとで低減効果がより大きく反映される。ただし R_t を解析の中で直接使用することはないが、入力地震波の周期特性を表す加速度応答スペクトルにこの傾向が見られる。超高層ビルの応答は、この特性により入力地震動が低くなったと見做した応答に近くなる。



$$R_t = 1.0 \quad , T < T_c \\ = 1.0 - 0.2(T/T_c - 1)^2 \quad , T_c < T \leq 2T_c \\ = 1.6T_c / T \quad , 2T_c < T$$

ここに、 T : 建物の1次周期(秒)
 T_c : 地盤の種別の周期
第1種地盤 $T_c=0.4$
第2種地盤 $T_c=0.6$
第3種地盤 $T_c=0.8$

図 1-1 建物の 1 次周期 T と 振動特性係数 R_t の関係

2) 層せん断力係数分布係数 A_i の値は、建物の固有振動モードを表し、地震動が伝達する様子を反映したもので、地震応答による特性を各階の重量分布係数 $\alpha_i = W_i/W$ と剛性と重量バランスを 1 次周期 T で設定している。

$$A_i = 1 + (1/\sqrt{\alpha_i} - \alpha_i) 2T/(1+3T)$$

$\alpha_i = W_i/W$ W_i : i 階より上の部分の建物重量、 W : 地上部分の建物総重量

T : 建物の 1 次周期(秒)

この A_i 分布式は公布の案として以下の式が提案されている。

$$A_i = 1 + k_1(1 - \alpha) + k_2(1/\sqrt{\alpha} - 1)$$

$$k_1 = k_2 = 2T/(1+3T)$$

第1項の1は、震度法を基本としていることを残したものの。第2項は、短周期の地震応答に近似する震度逆三角形分布(右図の Q_b)を考慮し、第3項は、長周期の応答に近似する震度放物線分布(右図の Q_c)を考慮している。また、 $T=0$ で $A_i=1$ で一様分布となり、 $T=\infty$ で上部の層せん断力がベースシャを超える(右図の Q_e) ことのないように k_1, k_2 が $2/3$ に収束し、動解析に近似するように設定している。

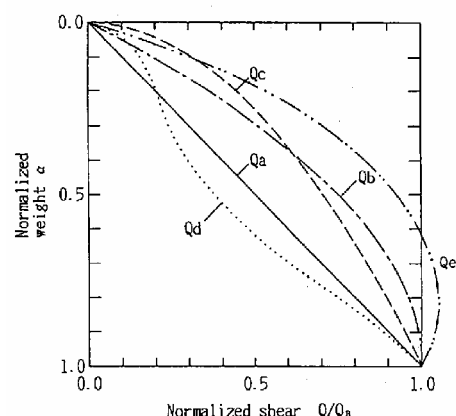
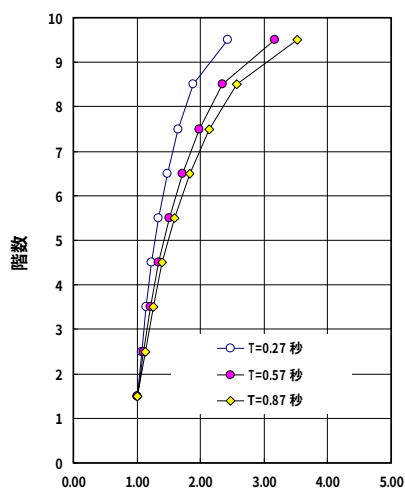


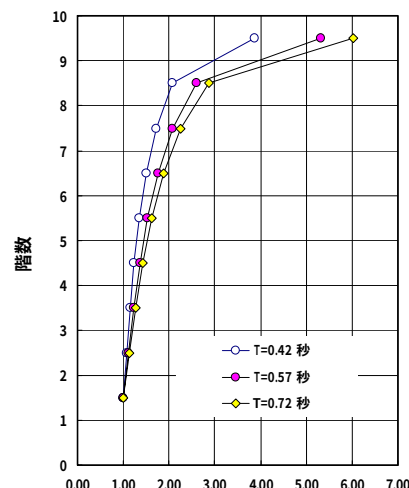
図1 基準化層せん断力の分布
出典: 参考文献7

このように、この A_i 分布は長周期建物の応答には近似するように提案されたもので、短周期に一様分布となり適していない。また、塔屋など重量の小さいものを含めて地震荷重を追えるように提案された。しかし、旧基準との繋がりが重視され、また重量分布 α と周期 T で表すことに重点が置かれ、すべての建物により分布を与えるものでないことがいわれている。図 1-2 に例として RC 造 9 階の共同住宅によるものを示す。左図は、建物の 1 次周期 $T=0.57$ (秒) に ± 0.3 (秒) の変化を与えた A_i 値の比較を示す。この結果、各階重量が同じで周期が伸びると加速度増幅が大きくなることを示している。この傾向は、係数 R_t とは逆の傾向をもつ。また、右図は、ペントハウスのように最上階の重量を $1/4$ にした結果で、“むち振り”現象を反映しようとしている。

一般に、階の層剛性が変化しない条件では、重量は均等、または最上層より漸次増加する重量分布が A_i の増幅を少なくする傾向がある。



層せん断力分布係数の変化



層せん断力分布係数の変化

図 1-2 建物 1 次周期 T と 層せん断力係数分布係数 A_i の変化

時刻歴応答解析の結果では、これらに R_t, A_i の特性は、傾向として見られるが、入力地震波の卓越周期や位相などによってその結果は大きく異なってくることもある。(第6章の応答結果を参照)

1-3. 建物の卓越周期と設計地震力の変化

どのような構造物にも卓越周期があります。一般には構造物をモデル化したときの自由度数だけの固有周期があり、その中で最も長い周期を1次固有周期または卓越周期と呼びます。1質点に近似できる構造物では質量を $M (= W / G)$ 、水平剛性を K とすると、卓越周期 T は $T = \sqrt{M/K}$ となる。

一般には建物は複雑に梁、柱部材が組み合っており多くの自由度を持つ。1階建ての建物でも1質点系の構造物とは言えないが、卓越周期を近似する1質点系のモデルを用いて評価される。この卓越周期は建物が外乱を受けると建物の揺れ方(モード)を支配し、建物の受けるエネルギー量や揺れの大きさを決める要因となる。

建物の1次周期(卓越周期)は、長くなるほど、前節の振動特性係数 R_t は小さくなるが、 A_i 値は、大きくなる。下表では、地盤種別を第2種地盤とした場合、短周期の建物とやや長周期の建物で R_t 、 A_i がどの程度変化するかを見てみる。

表 1-1. 短周期の建物 ($T < 1.0$ 程度)

1次周期 T	R_t	$A_i, i=5$	$R_t \times A_i$	変化率
0.27	1.00	1.337	1.337	0.88
0.57	1.00	1.509	1.509	1.00
0.87	0.96	1.592	1.528	1.01

やや長周期の建物 ($1.0 < T < 2.0$ 程度)

1.20	0.80	1.650	1.32	1.43
1.50	0.55	1.679	0.92	1.00
1.80	0.53	1.700	0.91	0.98

このように、設計地震力は、

- ・1秒程度以下の短周期の建物では A_i 値の影響が大きく、短周期ほど低減される。
- ・1秒～2秒程度のやや長周期の建物では R_t 値の影響が大きく、長周期ほど低減される。

これらは、建物の卓越周期と入力地震動の間に相互作用があることを評価したものとなっている。この特性を免震構造や超高層ビルは適用している。ただし、層間変形の規制が付随しているため、周期をどんどん長くすることは難しい。

1-4. 偏心率とねじれによる応答変化

現行の設計ルールの中に、偏心率の制限 ($Re < 0.15$) がある。建物は1つの床の上でも用途や仕上げ、スラブ厚、積載荷重が異なり、重心は床の中心ではない。また、同じ階高さであっても、スパン、柱形状が異なり、剛心が床の中央にない。この重心と剛心の離れが原因で“ねじれ”が生じる。地震力は重心に作用していると考え、変形の軸は剛心にあると考えて剛心を中心に回転が生じる。このねじれは、ねじれの固有周期が卓越する地震動を受けると増幅し、静的に求めた水平変位をさらに大きくする。

(1) 各階の偏心率の計算式

$$\text{重心位置} : g_x = \Sigma (N \cdot X) / W, \quad g_y = \Sigma (N \cdot Y) / W \quad (\text{mm})$$

$$W = \Sigma N : \text{長期支持荷重(kN)}, X, Y : \text{柱心の座標(mm)}$$

$$\text{剛心位置} : L_x = \Sigma (D_y \cdot X) / \Sigma D_y, \quad L_y = \Sigma (D_x \cdot Y) / \Sigma D_x \quad (\text{mm})$$

$$D_x, D_y : \text{柱材, 耐力壁の水平剛性 } D \text{ 値}$$

$$\text{偏心距離} : e_x = |L_x - g_x|, \quad e_y = |L_y - g_y| \quad (\text{mm})$$

$$\text{ねじり剛性} : K_r = \Sigma (D_y \cdot X'^2) + \Sigma (D_x \cdot Y'^2) \quad (\text{kN} \cdot \text{mm}^2 / \text{mm}), \text{剛心間距離} : X' = L_x - X, Y' = L_y - Y$$

$$\text{2次モーメント} : J_x = \Sigma (D_x \cdot Y^2) - \Sigma (D_x \cdot Y'^2), \quad J_y = \Sigma (D_y \cdot X^2) - \Sigma (D_y \cdot X'^2)$$

$$\text{極2次モーメント} : J_p = J_x + J_y, \quad \text{弾力半径} : r_{ex} = \sqrt{K_r / \Sigma D_x}, \quad r_{ey} = \sqrt{K_r / \Sigma D_y} \quad (\text{mm})$$

$$\text{偏心率} : R_{ex} = e_x / r_{ex}, \quad R_{ey} = e_y / r_{ey} \quad (\text{mm})$$

(2) 偏心率の目標値とその背景

偏心率は規制により 15%以下になっている。この値は、建物の設計においてどのような意味があるか考察してみる。各階の柱や耐力壁の D 値による負担せん断力に対する補正係数 α は、下式となっている。図 1-3(a)のような柱配置例で偏心率を変動させて柱部材のせん断力の変動を補正係数 α で計算すると図1-3(b)の結果を得る。この例では、偏心率 15%程度では柱部材のせん断応力に 15%程度の誤差が含まれることになる。この変動が部材応力の設計にどの程度影響するかが、懸念されるが、15%以下ではその増幅はわずかであると思倣すことになる。しかし、この補正評価は、静的力学の評価であり動的評価はさらに厳しくなると予測される。

$$\alpha_x = 1 + \Sigma D_x \cdot e_y (Y - Y') / J_p$$

$$\alpha_y = 1 + \Sigma D_y \cdot e_x (X - X') / J_p$$

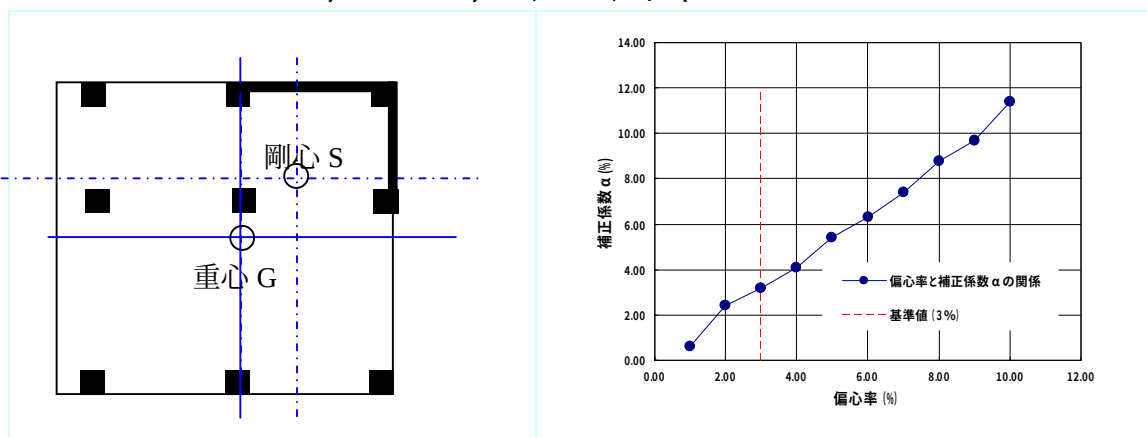


図 1-3(a) 柱配置と重心、剛心位置例

(b) 偏心率と柱部材の負担せん断力補正係数 (%) の関係例

1-5. 剛性率と応答変化

現行の設計ルールの中に、剛性率の制限 ($R_e < 0.6$) がある。これも地震応答を大きくする原因として規制されている。

$$R_s = r_s / r_s' \quad r_s : \text{各階の層間変形角 (ex. 1/150) の逆数 (ex. 150)}$$

$$r_s' : r_s \text{ の相加平均}$$

$$r_1 = h_1 / \delta_1, \quad r_2 = h_2 / \delta_2, \quad r_3 = h_3 / \delta_3$$

$$r_s' = (r_1 + r_2 + r_3) / 3$$

ここで $K_i = k \cdot E \cdot I / (h_i)^3$ $E, I = \text{const}$ とする

$$\delta_i = Q_i / K_i = Q_i (h_i)^3 / (k \cdot E \cdot I)$$

$$r_i = (k \cdot E \cdot I) / Q_i (h_i)^2$$

$$r_s' = (\sum (k \cdot E \cdot I) / (Q_n (h_n)^2)) / 3$$

$$R_{si} = r_i / r_s' = (k \cdot E \cdot I) / Q_i (h_i)^2 / [\sum (k \cdot E \cdot I) / (Q_n (h_n)^2) / 3]$$

$$= 3 / [Q_i (h_i)^2 \cdot \sum (1 / Q_n (h_n)^2)]$$

$$= 3 / [1 + Q_1 (h_1)^2 / Q_2 (h_2)^2 + Q_1 (h_1)^2 / Q_3 (h_3)^2]$$

ここで $Q_1=1.2 Q_2, \quad Q_1=1.5 Q_3$ と仮定すると

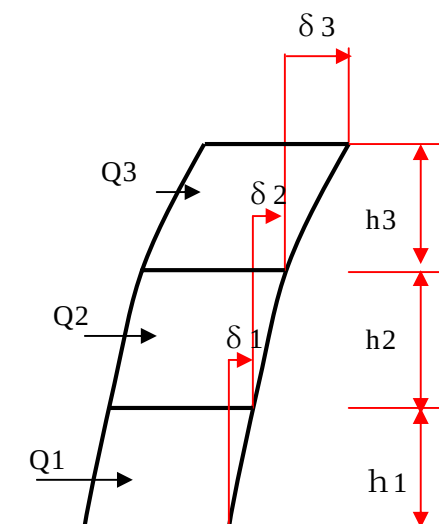
$$= 3 / [1 + 1.2 (h_1/h_2)^2 + 1.5 (h_1/h_3)^2]$$

・ $h_1=h_2=h_3$ の場合

$$R_{s1} = 3 / (1 + 1.2 + 1.5) = 0.81 > 0.6 \text{ OK}$$

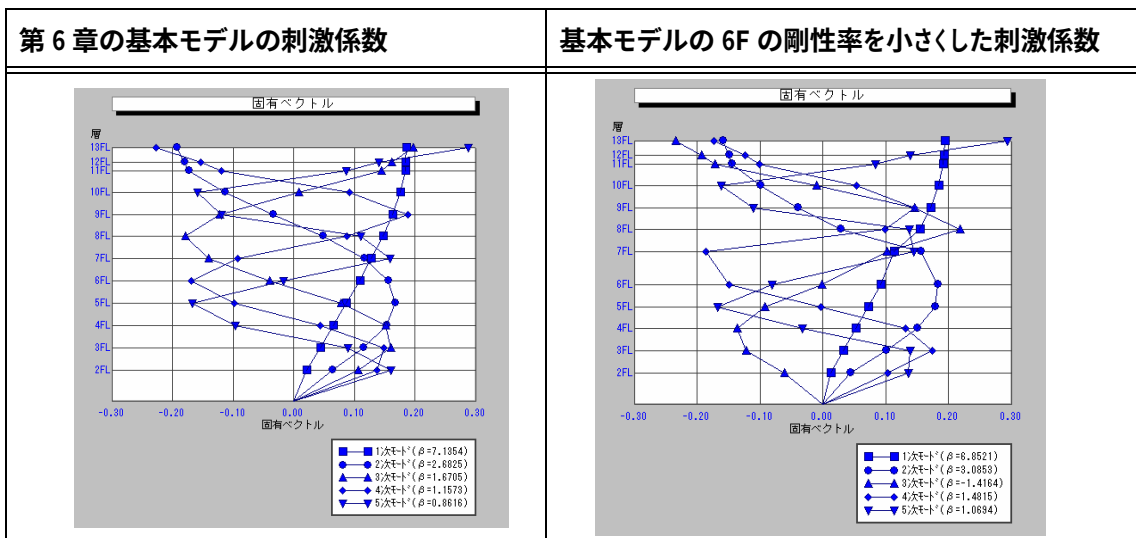
・ $h_1=1.5h_2, h_2=h_3$ の場合

$$R_{s1} = 3 / (1 + 1.2 (1.5)^2 + 1.5 (1.5)^2) = 0.42 < 0.6 \text{ NG} \rightarrow \text{保有水平耐力の確認}$$



このように、剛性率は、部材条件が各階同じなら階高さに左右され、階高が各階同じなら部材剛性に左右されるが、層せん断力 Q_i も相互に影響している。この剛性率が0.6以下の場合には保有耐力確認が必要になる。

この剛性率が著しく低い層をもつ構造物では、地震時に高次の振動モードが卓越し、1次モードに2次、3次の高次のモードが加算され、またはそのモードが卓越し変形が局部的に増幅することがある。



1-6. 地盤の特性と加速度増幅率

(1) 限界耐力法にみる加速度増幅率 G_s

これまで地盤と建物の相互作用の効果を R_t で評価していたが、応答スペクトル法を用いた限界耐力法では、入力加速度スペクトルの減衰、長周期域の低減、および加速度増幅率 G_s で評価している。この G_s 値は、地盤のせん断波速度 V_s が約400m/s以上の工学的基盤から上層の地盤までの地震動の加速度の増幅比を意味する。この値の算定は、損傷限界時の設計では地盤種別と建物の固有周期のみから算定する。また、安全限界時の設計では、表層地盤が液状化しないこと、ある程度平坦な工学的基盤であることなどの条件のもと、表層地盤の1次、2次周期とそれに対する増幅率および建物の安全限界固有周期を用いて算定される。更に、建物の地下部分の底面と側面の水平地盤ばねを用いて建物の地下部分と表層地盤の相互作用による低減効果を β として採用している。 β は従来の地下逸散効果(根入れ効果)に相当する。杭頭の分担水平力 Q_p の計算式に見る根入れ効果は、 α で評価している。

$$Q_p = \alpha p (Q_m + k \cdot W)$$

ここに、 Q_m : 上部構造から伝達するせん断力 (kN)

W : 地中部 i 階の重量 (kN)、 k : 地下部 i 階の水平震度

αp : 杭頭の水平力分担率 (=1- α)、

α : 根入れ部分の水平力分担率 $\alpha = 1 - 0.2 \sqrt{H_o / 4 \sqrt{D_f}}$

H_o : 建物高さ (m)、

D_f : 等価根入れ深さ (= $\Sigma A / L$, ΣA : 地下側面積、 L : 地下全周)

この G_s と β の導入によって、工学的基盤を設計上の規準としてそれ以浅の表層地盤の振動特性と建物の状態周期による相互効果を考慮しようとしている。

(2) 加速度増幅率 G_s の計算例

表 1-2 に地盤調査結果による地層モデルを示す。地盤調査で求めた $G-\gamma$ 関係はそれを使用し、測定の難しい砂質層は、各行政が提供するものを採用する。図 1-4 には採用した地層の $G-\gamma$ 関係を示す。この地層の増幅率 G_s の算定式とその結果を以下に示す。

表 1-2 地盤調査結果による地層モデル

告示第1457号 基礎底レベル=GL- 4.00 m 注) 不用データは、クリアで消す

層	地層年代	土質	層厚 d(m)	深度 H(m)	平均N値 N	密度 ρ (t/m ³)	年代係数 Y_g	土質係数 St	換算 V_s (m/s)	手入力 V_s (m/s)	せん断剛性 G_0 (kN/m ²)
1	沖積層	粘土	3.00	5.5	3	1.93	1.000	1.000	117	150	43425
2	沖積層	粘土	3.00	8.5	10	1.93	1.000	1.000	156	210	85113
3	沖積層	粘土	3.00	11.5	6	1.93	1.000	1.000	152	210	85113
4	洪積層	細砂	4.00	15.0	7	1.95	1.303	1.086	233	320	199680
5	洪積層	細砂	3.00	18.5	11	1.95	1.303	1.086	262	360	252720
6	洪積層	細砂	3.00	21.5	11	1.95	1.303	1.086	270	360	252720
7	洪積層	細砂	3.00	24.5	13	1.95	1.303	1.086	285	360	252720
8	洪積層	細砂	1.50	26.8	50	1.95	1.303	1.086	365	360	252720
9	洪積層	粘土	2.00	28.5	17	1.95	1.303	1.000	283	360	252720
10	洪積層	細砂	2.00	30.5	40	2.00	1.303	1.086	361	270	145800
11	工学的基盤	砂礫	10.00	31.5	60	2.00	1.303	1.153	414	460	423200
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											

ここに、換算 $V_s = 68.79 N^{0.171} \cdot H^{0.199} \cdot Y_g \cdot St$ 、 $G_0 = \rho \cdot V_s^2$

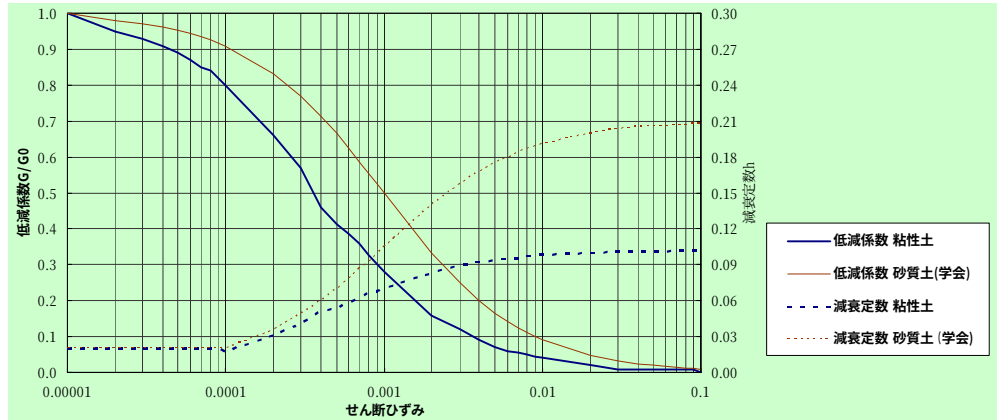


図 1-4 採用した地層の $G-\gamma$ 関係 (参考文献 18)

(増幅率 G_s の算定式) 建告平 12 第 1457 号 第 7

例えば、長周期の建物の場合、検討周期域 $1.2T_1 < T_s$ では (この領域では、 G_{s2} は影響しない)

$$G_s = (G_{s1} - 1) / ((1/1.2T_s - 0.1) \times T_s) + G_{s1} - (G_{s1} - 1) / ((1/1.2T_1 - 0.1) \times 1.2T_1)$$

ここに、 T_s : 建物の安全限界固有周期(sec)、(設計限界変位時の固有周期)

$$T_1 : \text{表層地盤の1次卓越周期(sec)} = 4(\sum H_i)^2 / \sum (\sqrt{G_i / \rho_i}) \times H_i$$

$$G_{s1} : \text{表層地盤の1次卓越周期に対する増幅率} = 1 / (1.57h + \alpha)$$

$$\alpha = \rho_e \cdot V_{se} / \rho_B \cdot V_{sB} : \text{波動インピーダンス比、非減衰時: \{上層振幅 / (2 \times \text{入射波振幅})\} = \{1 / \alpha\}}$$

$$h : \text{地震時の地表地盤によるエネルギー吸収の程度を表す値} \quad h = \sum (h_i(\gamma) \cdot W_i) / \sum W_i$$

$$\alpha : \text{表層地盤の波動インピーダンス比} = \sum (\sqrt{G_i / \rho_i}) \cdot H_i \times \sum (\rho_i \cdot H_i) / (\sum H_i)^2 \times (1 / (\rho_B \cdot V_B))$$

(算定結果)

ここで表層地盤の1次卓越周期は、地盤の $G-\gamma$ 特性を考慮してストラッド法によって算定します。

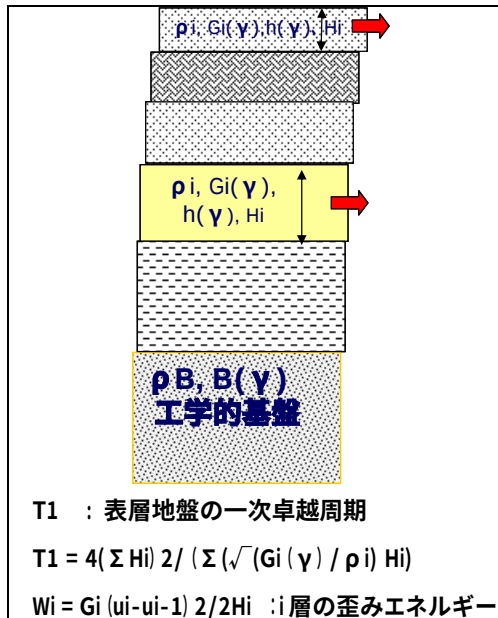


図 1-5 地層の振動による変形と歪み

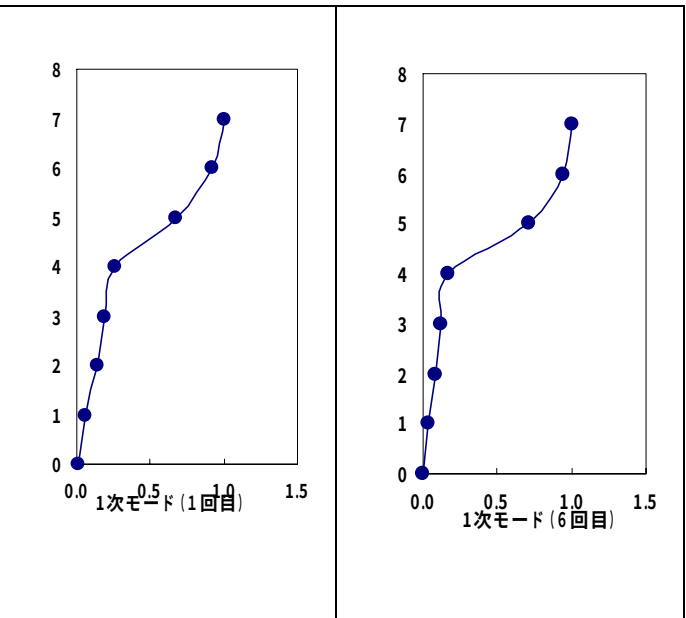


図 1-6 地盤の変形を固有モードから推定し $G-\gamma$ 曲線に沿って固有値計算を繰り返した1次モード

表層地盤の一次卓越周期	$T1=$	0.394 秒	→大地震時
表層地盤の二次卓越周期	$T2(=T1/3)=$	0.131 秒	
波動インピーダンス比	$\alpha=$	0.553	

地盤の減衰定数	$h=$	0.027	最小制限値(1.2)
一次卓越周期に対する増幅率	$G_{s1}=$	1.676	
二次卓越周期に対する増幅率	$G_{s2}=$	1.465	

ここで、設計限界固有周期 T_s は、上部構造の設計限界となる層変形角を設定し、層の等価水平剛性から仮定している。

設計限界固有周期 T_s	4.165
加速度増幅率 G_s	1.047
最小制限値	1.230

図 1-7 に表層地盤の地層の $G-\gamma$ 関係を用いて計算した増幅率 G_s を示します。一般に告示 1457 号の値より小さくなる。また、図 1-8 に解放工学的基盤における加速度応答スペクトルと表層地盤の地層の $G-\gamma$ 関係を用いて計算した増幅率 G_s を掛けた入力地震動の加速度応答スペクトルを示す。

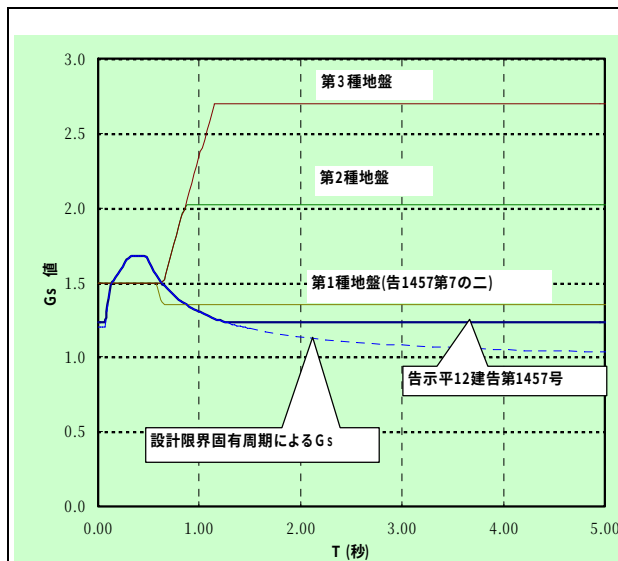


図 1-7 表層地盤の地層の $G-\gamma$ 関係を用いて計算した増幅率 G_s 曲線

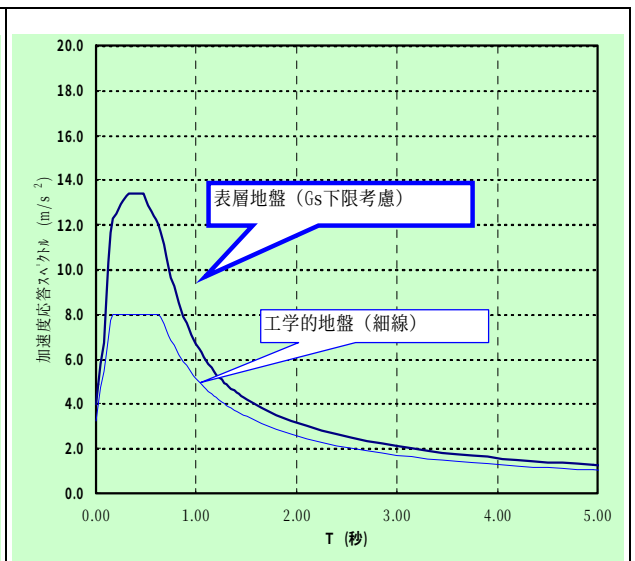


図 1-8 解放工学的基盤における加速度応答スペクトルと入力地震動の加速度応答スペクトル

このように地盤の振動周期と変形モードを求めることによって地盤を伝わる地震加速度をより正しく評価している。ただし、この方法は、地盤を1質点にモデル化しその1次モードから算定しており、何次までの周期を用いるかによってその精度はことなる。

第2話 地震動と設計用地震波（建物が受ける動的外乱）

2-1. 地震動の扱い方の変化

一般に地上に建つ建物には、主に風力、地震力、水力などの外乱が作用する。ここでは、振動工学の学習の点から地震力を外乱として扱う。

地震荷重の大きさの基準としてベースシヤ係数 C_0 がある。現法では1次設計用では0.2以上、保有耐力計算時は1.0以上としているが、1次設計用の0.2は、1980年の新耐震設計の導入前の水平震度0.2がそのベースとなっている。

しかし、地震観測や応答解析の技術の向上によって、地震力の扱い方がより厳密になった。現在地震力は、観測された地震波や人口的に作成した地震波を数値解析により用いる方法や、周期特性（応答スペクトル）、位相（地震波形の形状）に分けて加速度スペクトルを用いた設計方法（限界耐力法、エネルギー法など）が採用されている。

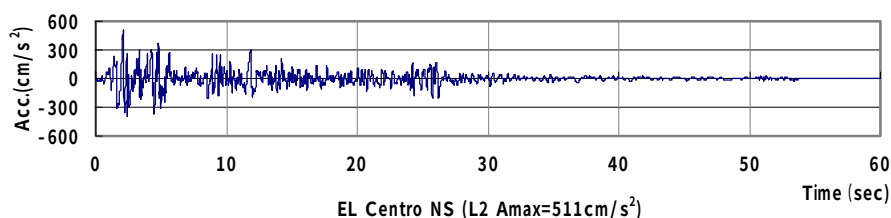


図 2-1.1 観測された地震波の例

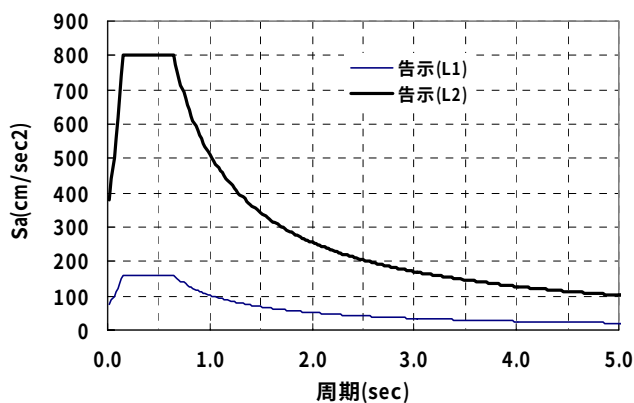


図 2-1.2 解放工学的基盤で定義された入力加速度スペクトル

2-2. 観測地震動

これまで、設計用入力地震動として採用されてきた代表的な観測地震動の諸元と時刻歴波形を表 2-1, 図 2-2.1 に示す。一般に観測波は規模がそれぞれ異なっているため設計用レベルに加速度を規準化して使用している。

- ・1次設計に相当として「損傷レベル」、「レベル1」、「稀に発生する地震動」などと分類し、最大速度で 15～25cm/s になる加速度波にスケール変換して用いている。
- ・2次設計相当として「倒壊レベル」、「レベル2」、「極めて稀に発生する地震動」などと分類し、最大速度で 40～25cm/s になる加速度波にスケール変換して用いている。

表 2-1 代表的な観測地震動

地震波名	観測最大加速度	観測地震名、その特徴
EL Centro NS	342	Imperial Valley 地震 (1940.5.18, M7.1) NS 成分
Taft EW	176	Kern Country 地震(1952.7.21 M7.7) EW 成分
Hachinohe NS	225	十勝沖地震(1968.5.16 M7.8)NS、EW 成分
JMA-Kobe NS	818	兵庫県南部地震 (1995.1.17 M7.3) NS 成分

図 2-2.1 に加速度観測記録の時刻歴波形を示す。ただし、極めて稀地震動レベルに基準化しています。

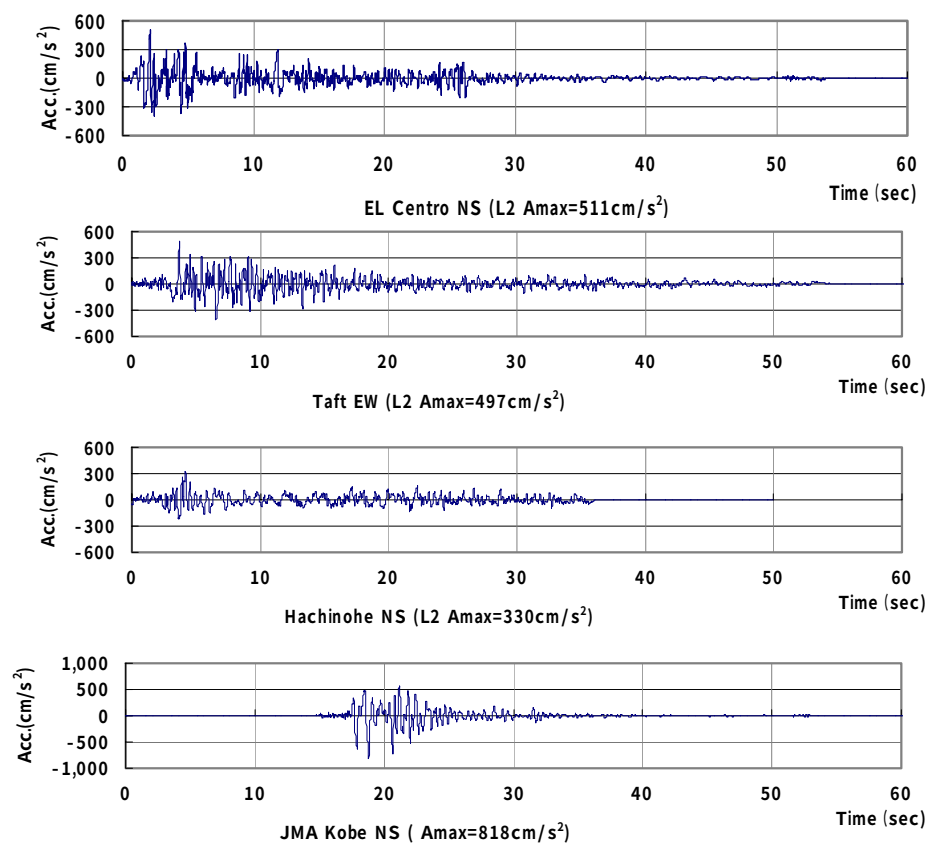


図 2-2.1 加速度観測記録の時刻歴波形

2-3. 人工地震波 (模擬地震波)

一般に計画地の近辺で設計用として採用される観測地震動は少ない。そこで、予想される地震源 (地震基盤: 断層や海洋プレート) の破壊現象を数値シミュレーションによって行い計画地の表層地盤特性も考慮して作成した地震波を人工地震波 (模擬地震波) と呼んでいる。図 2-3.1 には断層破壊による場合の地震の発生・伝播の模式図をに示しています。

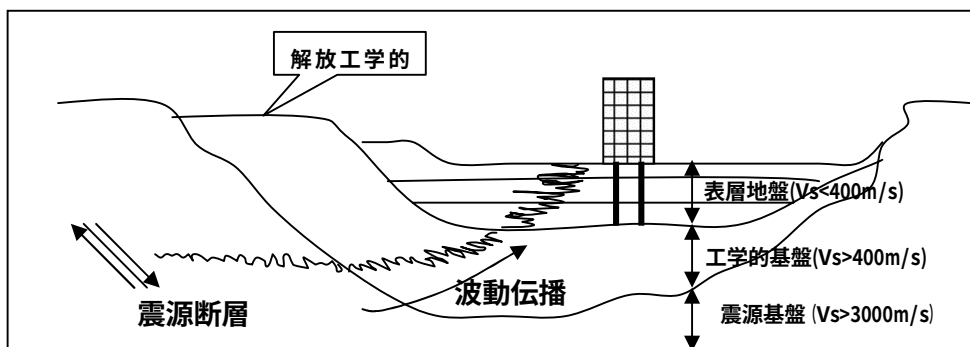


図 2-3.1 地震波動伝播の模式図

ここでは地震基盤の破壊による地震動の応答スペクトルを推定する理論として、翠川・小林の方法を用いた計算方法の概念図を図 2-3.2 に、作成方法フローを図 2-3.3 に示します。翠川・小林の方法は地震基盤の地震スペクトルを求め、地震基盤での地震動をそのスペクトルに適合するように作成します。それを地震基盤への入射波とした応答解析を行い、解放工学的基盤での地震動を計算します。ただし、この場合の地盤モデル (物性) は線形とします。

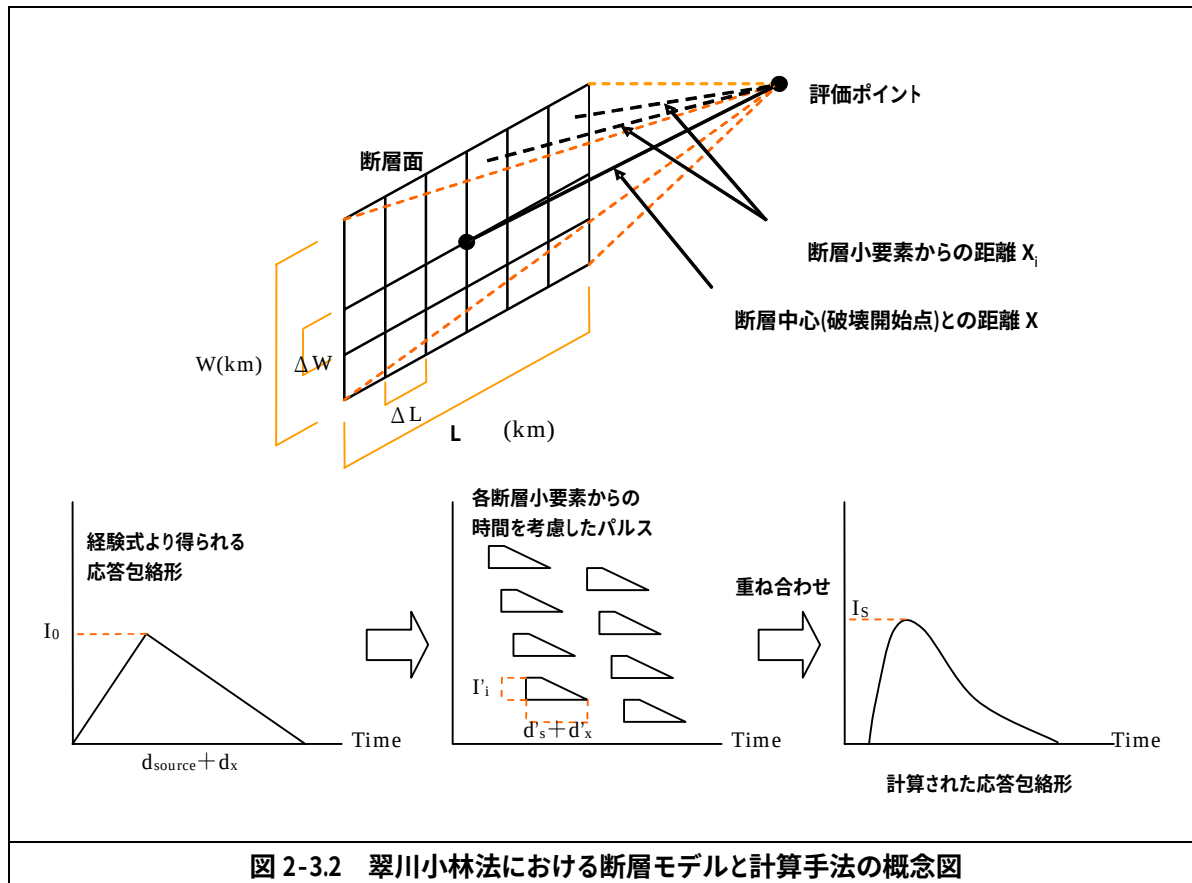


図 2-3.2 翠川小林法における断層モデルと計算手法の概念図

参考文献) 翠川三郎ほか: 地震断層を考慮した地震動スペクトル, 日本建築学会論文報告集第 282 号

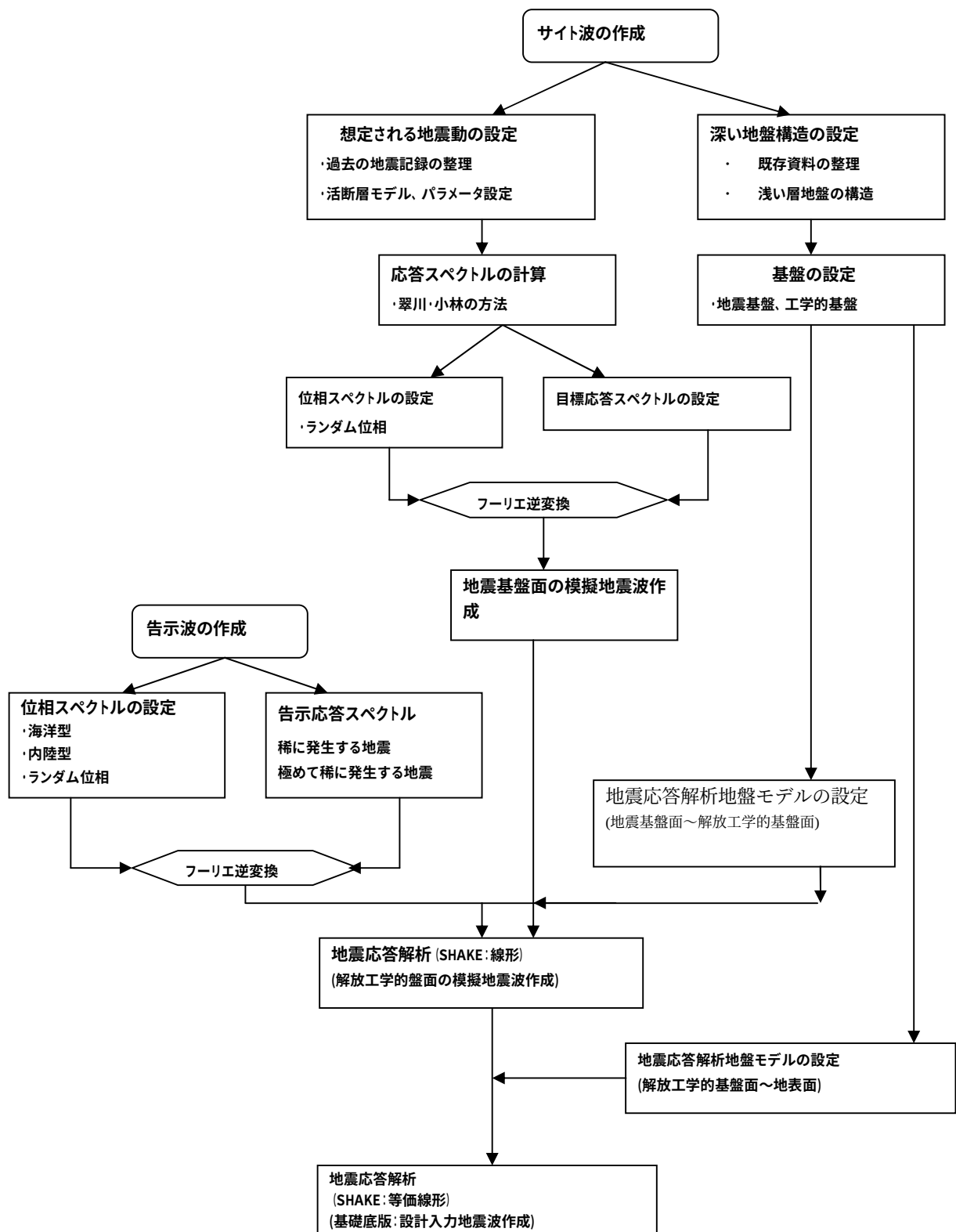


図 2-3.3 サイト波・告示波作成フロー

2-4. 加速度応答スペクトル

この加速度応答スペクトルは、入力地震動に対して任意な固有周期と一定の減衰をもつ建物の最大応答値を周期ごとにプロットしたもので図 2-4.1 に示すように周期と減衰をパラメータとして横軸に周期 T と縦軸に最大応答値を連続的にプロットしたグラフです。

最大応答値には、加速度、速度、変位とあり、加速度応答スペクトル法では加速度を用いる。また、減衰は、減衰定数 h で 5%を慣用的に決めている。

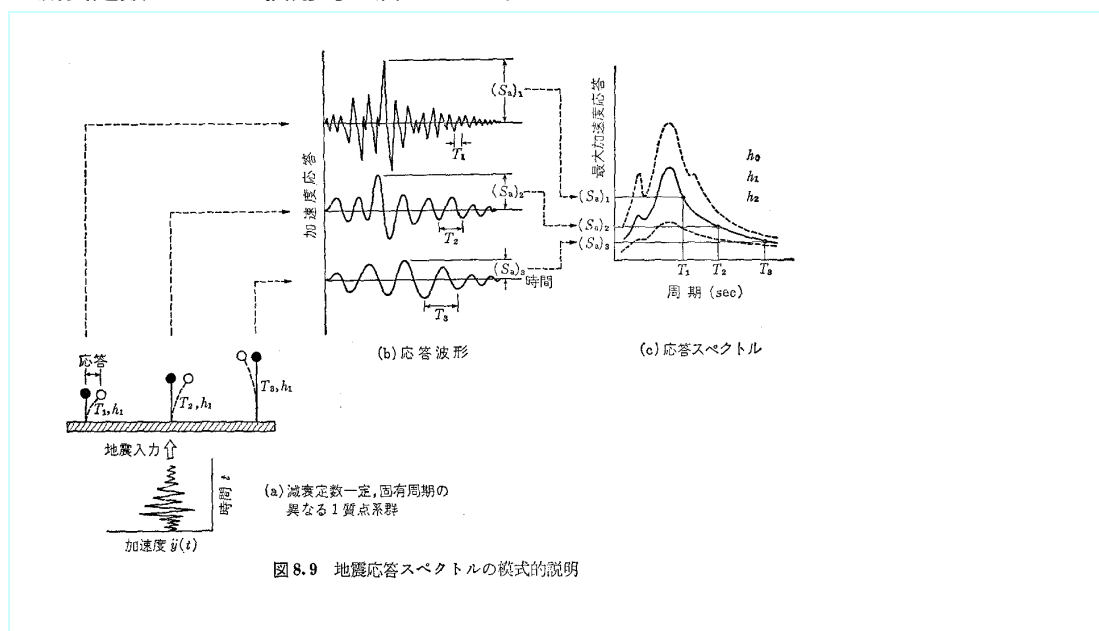


図 2-4.1 応答スペクトルと地震動の関係

この加速度スペクトルは、1質点系の定常振動の仮定による応答値であるため応答加速度 A と応答変位 D の間には、 $A = D \times \omega^2$ の関係が成立し、また加速度に質点の質量 (M) をかけると層せん断力 ($Q=A \times M$) がもとなり、速度応答スペクトルは、質点の変形 D と層せん断力 Q の関係 ($Q= C \cdot D \cdot \omega^2 \cdot M$) を与え、そのグラフに層の復元力スケルトンカーブを重ねると応答変位が求まる。

限界耐力法では、この関係を用いて建物の応答を求めます。この方法は応答スペクトル法として米国や海外で主流の設計法となっている。日本では平 12 建告 1461 では、「稀に発生する地震動」と「極めて稀に発生する地震動」に分けて、工学的基盤面での加速度スペクトルが提示されている。この値は、建物の等価周期 T の区域に分けて下式で設定され、その曲線を図 2-4.2 に示す。

表 2-4.1 H12 建告 1461 による加速度応答スペクトル

周期 (秒)	加速度応答スペクトル (m/s^2)	
	稀に発生する地震動	極めて稀に発生する地震動
$T < 0.16$	$(0.64 + 6T)Z$	$(3.2 + 30T)Z$
$0.16 \leq T < 0.64$	$1.6Z$	$8.0Z$
$0.64 \leq T$	$(1.024/T)Z$	$(5.12/T)Z$

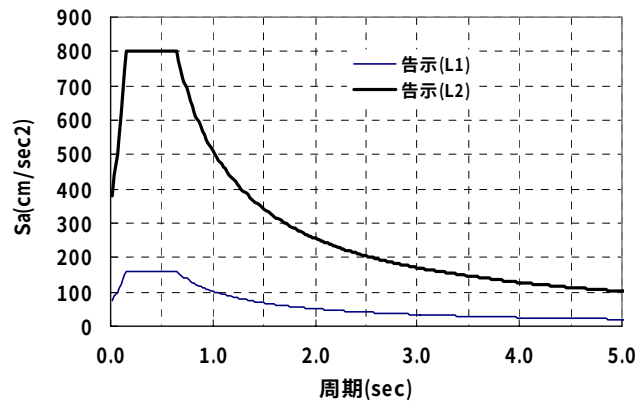


図 2-4.2 工学的基盤における加速度応答スペクトル
(左:稀に発生する地震動 右:極めて稀に発生する地震動)

この加速度スペクトルの最大値と従来の設計地震荷重の関係は、 $Z=1.0$ 、第二種地盤で加速度増幅率が $G_s=1.23$ (下限値: $G_s=1.5 \times$ 多質点系有効質量比 $R=0.816$ (等分布剛性))として整合している。

(稀地震動の場合) $1.6Z \text{ (m/s}^2\text{)} = 160 \text{ (cm/s}^2\text{)}$
 $160 \times G_s \times R = 160 \times 1.23 = 197 \text{ (cm/s}^2\text{)} \quad (0.2G)$

となり、1次設計用の $C_0=0.2$ に相当する。

(極稀地震動の場合) $8.0Z \text{ (m/s}^2\text{)} = 800 \text{ (cm/s}^2\text{)}$
 $800 \times G_s \times R = 800 \times 1.23 = 984 \text{ (cm/s}^2\text{)} \quad (1.0G)$

となり、2次設計用の $C_0=1.0$ に相当する。

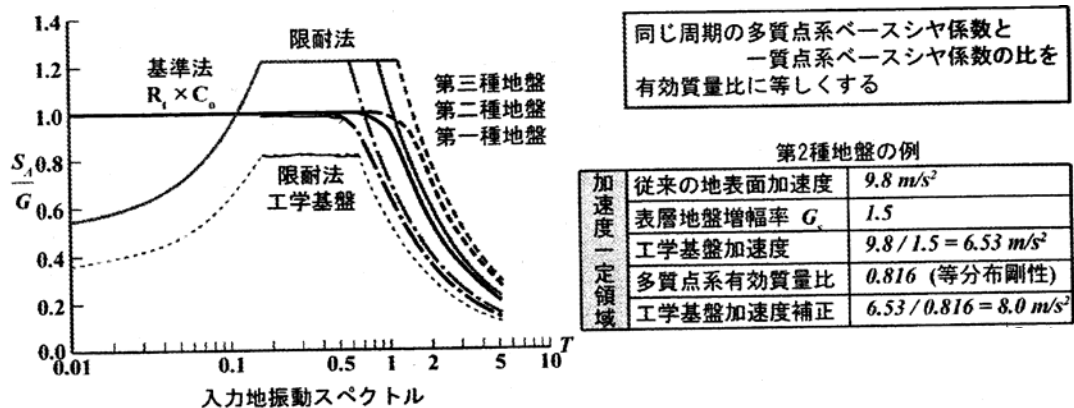


図 2-4.3 従来法と入力加速度スペクトルの比較

(出典: JSCA 構造設計者若手実務者研修第 2 回-2 耐震設計の基礎 P14)

このように加速度応答スペクトルは、既存の地震波の加速度応答スペクトルよりも従来の設計地震力との整合から決まっている。

ただし、加速度応答スペクトルで入力地震力を定義することで①建物の非線形域の周期特性や②敷地地盤の特性による増幅を考慮しやすくなり、より高度な設計法といえる。この加速度応答スペクトルによる設計法は、1質点系の応答を基本としたもので、多質点系にある高次モードの影響が反映されない。その影響は、高層建物になるほど大きく適用の範囲が 60m 以下となっている。

2-5. 告示波 (模擬地震波)

一般に告示波とは、平 12 建告 1461 第四の規定による解放工学的基盤における加速度応答スペクトルに適合する時刻歴波を作成し、表層地盤の伝播解析 (自由振動解析) を行い求めた入力波を呼んでいる。図 2-4.2 に平 12 建告 1461 第四の解放工学的基盤における加速度応答スペクトルを示す。これも解放工学的基盤までの加速度応答スペクトルの作成を省略した人口地震波である。平 12 建告 1461 第四の規定は、解放工学的基盤までは全国同じ地震動が発生し得るという方針を意味している。

この解放工学的基盤の地震波を作成には、加速度応答スペクトルと適切な実地震動の位相角波やランダム位相角波を逆フーリエ変換 (周期成分を時刻歴データに変換する操作) し、時刻歴波を作成します。作成フローを前掲図 2-3.3 に示す。位相波としては、以下の観測地震波の位相角波が海洋型の長周期地震、内陸型の短周期地震としてよく使用される。

- ・海洋型: Hachinohe NS 十勝沖地震(1968.5.16 M7.8)NS 成分
- ・内陸型: JM-Kobe NS 兵庫県南部地震 (1995.1.17 M7.3) NS 成分
- ・ランダム位相 (3種類作成し加速度の大きさから中央値となるものを採用します)

図 2-4.4 に東京都内の表層地盤例を用い作成した告示波の時刻歴波形と応答スペクトルを示す。また、表 2-4.1 にその諸元を示す。

表 2-4.1 表層レベルの告示波 (極まれ地震波) の時刻歴加速度波の諸元

種類	地震波名	稀に発生する地震動 (レベル1:加速度)	極稀に発生する地震動 (レベル2:加速度)
告示波	L2K-HACH(位相:八戸)	66 (14.1)	331 (70.7)
告示波	L2K-JMA (位相:神戸)	72 (9.8)	358 (46.8)
告示波	L2K-RAN (位相:乱数)	68 (11.6)	338 (58.2)

図 2-4.4 告示波の表層レベルの時刻歴加速度波形 (極稀に発生する地震波) 例

第3話 建物の振動理論と解析モデル

ここまで、建築構造の設計には、地盤を伝達してきた地震動が建物に伝達し、応答が発生する過程において建物の振動特性が巧みに設計式に取り入れられてきたことを見てきました。

ここからは、これらの特性が評価されてきた基礎的手段である振動解析について見てみる。

現在、地震動解析が、容易に行われるようになった背景には振動理論に加えて造船、航空工学の分野で進歩したマトリックス解析法による有限要素法が融合し、離散的な質点でもエネルギー量が等価になるモデルならば緻密なモデルの結果に近似することが示された研究の功績による。

さらに、この研究の過程でコンピュータの著しい性能アップが背景にある。超高層ビルもほぼ均一な平断面で床が剛床と仮定できるならば、簡単な串団子の2次元モデルでもかなり精度の高い結果がえられることが示された。そこで、まず建築に用いられる振動理論の基本紹介し、この理論を適用するために実用的に使用されている離散化された建築構造の振動解析モデルをいくつか見てみる。

3-1. 1 質点系モデルと振動理論

(1) 運動方程式

振動解析の支配する式が、動的な釣り合い方程式（運動方程式）で Hamilton の原理に基づいています。さらに、建物の地震応答解析に用いる運動方程式には、地震動に対する質点の加速度は作用する加速度に比例し反対方向に慣性力が生じるというダランベールの原理が付加されています。

最も簡単なモデルとして 1 層建物フレームを対応させた 1 質点系の振動解析モデルでは運動方程式は質点における釣り合い式から以下ようになります。

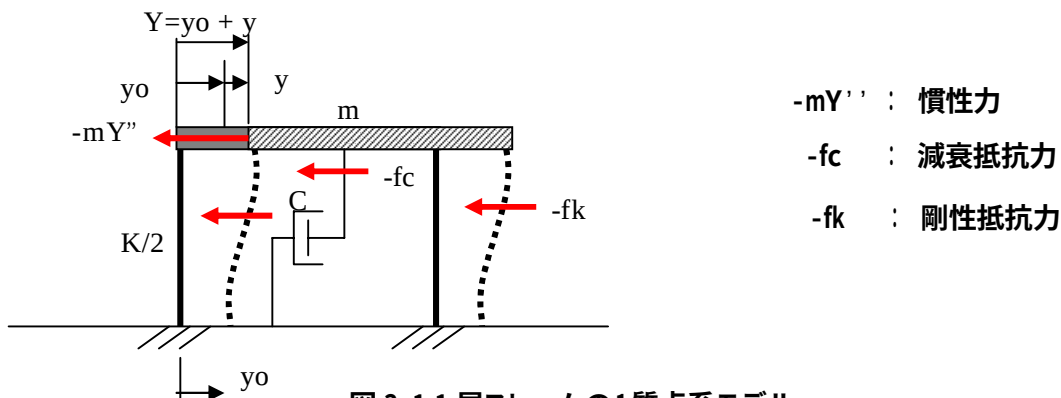


図 3-1 1 層フレームの 1 質点系モデル

$$\begin{aligned}
 (-mY'') + (-fc) + (-fk) &= 0 \\
 [-m(y_0'' + y'')] + (-C \cdot y') + (-K \cdot y) &= 0 \quad \dots\dots\dots (3.1)
 \end{aligned}$$

ここに、 m : 1 層床レベルに等価集約した質量、

C : フレームの持つ等価粘性減衰係数

K : フレームの水平剛性

y_0 : 地震動による地盤変位、 y_0'' : 地震動による地盤加速度

y : 質点の相対変位、 y' : 質点の相対速度、 y'' : 質点の相対加速度

Y'' : 質点の絶対加速度 ($= y_0'' + y''$)

(2) 自由振動と固有周期

ここからは、この基本式(1) を建物の設計解析にどのように対応させるかを考えていきます。

基本式 (1) の中で、 y'' は地震動の加速度を意味します。この加速度が作用しないで建物が揺れる状態を自由振動状態といい、 $y''=0$ とします。即ち、

$$\blacksquare \text{自由振動状態} : m y'' + C \cdot y' + K \cdot y = 0 \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

ここで、 $1/m$ を掛けて

$$y'' + (C/m) \cdot y' + (K/m) \cdot y = 0 \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

となり、さらに角振動数 $\omega=\sqrt{(K/m)}$ 、 $\omega^2=K/m$ 、減衰定数 h を導入し、 $2h\omega=C/m$ とすると

$$y'' + 2h\omega \cdot y' + \omega^2 \cdot y = 0 \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

となり、建物の質量 m と剛性 K が角振動数 ω で評価され、減衰係数 C が減衰定数 h で評価された式に変換されます。また、この角振動数 $\omega=2\pi/T$ 、(T :周期)で定義されており、減衰定数 h は速度抵抗を速度に対する係数で表現したのもで、振動する限界となる臨界減衰係数 C_{cr} に対する比率 ($h=C/C_{cr}$) を意味し、また複雑な多く材料で構成された構造物を工学的に単純化する手法として採用されている。

ここで 固有周期と運動方程式の関係を見てみる。自由振動する式 (3.5) で減衰抵抗がなければ、質点はいつまでも揺れ続けます。これを定常振動といいます。現実にはない常態です。

$$\blacksquare \text{定常振動状態} : y'' + \omega^2 \cdot y = 0 \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

この状態で、変形 $y=A \cdot \cos \omega_0 \cdot t$ としますと、変形は時間 t とともに一定の角振動数 ω_0 で揺れる状態を意味します。これを式(3.5)に代入すると、

$$y'' + \omega^2 \cdot y = \omega_0^2 \cdot A \cos \omega_0 \cdot t + \omega^2 \cdot A \cos \omega_0 \cdot t = 0$$

よって $\omega_0=\omega (= \sqrt{(K/m)})$ となり、一定の角振動数 ω_0 はこの構造体の固有角振動数となり、周期 $T=2\pi/\omega_0$ を固有周期とよぶ。即ち、厳密には非減衰の自由振動時の周期が固有周期となる。一般には、減衰を削除することが難しいため減衰のある自由振動周期を測定し固有周期としている。

(3) 初期変位と初期速度が与えられた自由振動

ここでは、より一般的な振動状態を考慮するために初速度 B が作用した状態を考える。

$$y' = B \cdot \cos \omega_0 \cdot t$$

この初期速度による変形は、 $y = (B/\omega_0) \cdot \sin \omega_0 \cdot t$ となる。

そこで、初期変位と初期速度を受ける質点の変形は、各振動の合成として表され、

$$y = A \cdot \cos \omega_0 \cdot t + (B/\omega_0) \cdot \sin \omega_0 \cdot t$$

となり、三角関数の関係式 $C \cdot \cos (\omega_0 \cdot t + \phi) = C \cdot \cos \phi \cdot \cos \omega_0 \cdot t - C \cdot \sin \phi \cdot \sin \omega_0 \cdot t$ 用いると

$$A = C \cos \phi, \quad -B/\omega_0 = C \sin \phi \text{ とすると } \phi = \tan^{-1}(B/(A\omega_0))$$

$$C = \sqrt{(A^2 + (B/\omega_0)^2)}$$

$$\text{となり、} \quad y = C \cdot \cos (\omega_0 \cdot t + \phi) = \sqrt{(A^2 + (B/\omega_0)^2)} \cos(\omega_0 \cdot t + \phi) \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

ここで、 ϕ は 位相角といい、外乱を受ける振動では初期速度による変形が伴い、 $\cos \omega_0 \cdot t$ のような定常な関数に一定の角度(位相)を持った位置から振動が発生する。

(4) 減衰自由振動

つぎに、減衰抵抗を含めた構造物の自由振動を見てみる。減衰がある振動状態では、図 3-1.2 に示すように減衰定数 h が大きくなると振動する振幅が漸化的に低減する。この低減するスケルトンは

$$y = e^{\lambda \cdot t} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

で表され、漸化的に低減する振動状態は

$$y = e^{\lambda \cdot t} \cos(\omega \cdot t + \phi) \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

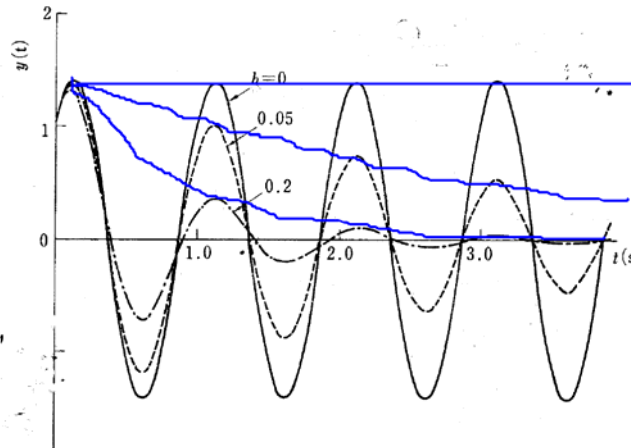


図 3-1.2 減衰定数 h をパラメータとした自由振動波形

式(4) において $\cos(\omega \cdot t + \phi) = 1.0$ も成立することから

$$[\lambda^2 + 2h\omega\lambda + \omega^2] e^{\lambda \cdot t} = 0$$

$$\lambda^2 + 2h\omega\lambda + \omega^2 = 0$$

$$\lambda = -h\omega \pm \omega\sqrt{h^2 - 1} = -h\omega \pm i\omega\sqrt{1 - h^2} \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

ここで、 $e^{(-h\omega \pm \omega\sqrt{h^2 - 1})t} = e^{-h\omega t} (Ae^{\omega\sqrt{h^2 - 1}t} + Be^{-\omega\sqrt{h^2 - 1}t}) \quad \dots\dots\dots (3.10)$

$h > 1.0$ の場合 $y = e^{-h\omega t} (a \cdot \cosh \sqrt{h^2 - 1}\omega t + b \cdot \sinh \sqrt{h^2 - 1}\omega t) \quad \dots\dots\dots (3.11)$

となり、非振動的な過減衰振動となる。

$h = 1.0$ の場合 $y = e^{-\omega t} (A + b \cdot t) \quad \dots\dots\dots (3.12)$

となり、臨界減衰状態となる。

$h < 1.0$ の場合 $y = e^{-h\omega t} (a \cdot \cos \sqrt{1 - h^2}\omega t + b \cdot \sin \sqrt{1 - h^2}\omega t) \quad \dots\dots\dots (3.13)$

となり、減衰振動となる。

式(3.13)から減衰を伴う場合の固有角振動数 $\omega_0 = \sqrt{1 - h^2}\omega$ となり、固有周期 T_0 は

$$T_0 = T / \sqrt{1 - h^2}$$

となり、減衰があると固有周期は非減衰の値よりやや長くなるが、 h が小さいと $T_0 \rightarrow T$ となる。

(5) 調和地震に対する定常応答

ここでは、本来ランダムな地震動を調和振動として複素形の地動加速度を仮定する。

$$y_0'' = a \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi)} \quad \dots\dots\dots (3.14)$$

ここに、オイラー公式 $e^{i(\omega \cdot t + \phi)} = \cos(\omega t + \phi) + i \cdot \sin(\omega t + \phi)$

$$(3.1) \text{式は} \quad y'' + 2h\omega_0 \cdot y' + \omega_0^2 \cdot y = -a \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi)} \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

この解は微分方程式の一般解法に従い、自由振動解に相当する余関数と強制振動による特解の合成になるが自由振動は減衰によって消滅するとして、特解を次式で仮定する。

$$y = D \cdot e^{i\omega \cdot t}$$

(3.15)式に代入すると

$$-D \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega \cdot t} + 2h\omega_0 \cdot i\omega \cdot D \cdot e^{i\omega \cdot t} + \omega_0^2 \cdot D \cdot e^{i\omega \cdot t} = -a \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi)}$$

$$-D \cdot \omega^2 + 2h\omega_0 \cdot i\omega \cdot D + \omega_0^2 \cdot D = -a \cdot e^{i\phi}$$

$$D (-\omega^2 + 2h \cdot \omega_0 \cdot \omega \cdot i + \omega_0^2) = -a \cdot e^{i\phi}$$

よって、 $D = -a \cdot e^{i\phi} / (-\omega^2 + 2h \cdot \omega_0 \cdot \omega \cdot i + \omega_0^2)$

ここで、複素数では $1/(a + i \cdot b) = e^{-i \cdot \theta} / \sqrt{a^2 + b^2}$ 、 $\theta = \tan^{-1}(b/a)$

$$y = D \cdot e^{i\omega \cdot t} = -\frac{a}{\omega_0^2} \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + 4h^2 \cdot (\omega/\omega_0)^2}} \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi - \theta)} \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

この 第1項 $-a / \omega_0^2$ は 地動 $-ma$ を静的に加えたときの変位 y_s を表す。 $|y/y_s|$ の比は強制振動による変位応答倍率であるが、動的倍率を意味する。また、これを図 3-1.3 はこの(3.17)式を書いたもので共振曲線とも呼ばれる。

$$|y/y_s| = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + 4h^2 \cdot (\omega/\omega_0)^2}} \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

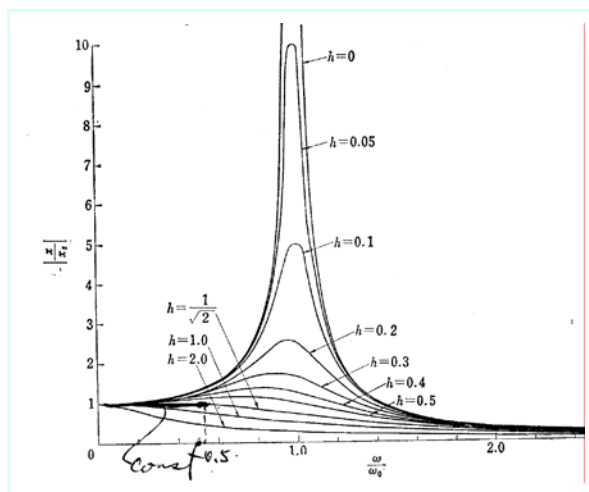


図 3-1.3 強制振動による変位応答倍率 (共振曲線) 出典:参考文献1

次に絶対加速度 $y'' + y_0''$ を考える。

$$y'' + y_0'' = -(2h\omega_0 y' + \omega_0^2 y)$$

$$\begin{aligned} y'' + y_0'' &= \frac{2h \cdot \omega_i / \omega_0}{\sqrt{[1 - (\omega / \omega_0)^2]^2 + 4h^2 \cdot (\omega / \omega_0)^2}} \cdot a \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi - \theta)} \\ &+ \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega / \omega_0)^2]^2 + 4h^2 \cdot (\omega / \omega_0)^2}} \cdot a \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi - \theta)} \\ y'' + y_0'' &= \frac{\sqrt{1 + 4h^2 \cdot (\omega / \omega_0)^2}}{\sqrt{[1 - (\omega / \omega_0)^2]^2 + 4h^2 \cdot (\omega / \omega_0)^2}} e^{-i\theta} \cdot a \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi)} \dots\dots\dots (3.18) \end{aligned}$$

$$|y'' + y_0'' / y''| = |Sa(i\omega)| = \frac{\sqrt{1 + 4h^2 \cdot (\omega / \omega_0)^2}}{\sqrt{[1 - (\omega / \omega_0)^2]^2 + 4h^2 \cdot (\omega / \omega_0)^2}} \cdot e^{-i\theta} \dots\dots\dots (3.19)$$

$|y'' + y_0'' / y''|$ の比は強制振動による加速度応答倍率であるが、加速度における動的倍率を意味する。また、これを図 3-1.4 はこの(3.19)式を書いたもので周波数伝達関数とも呼ばれる。

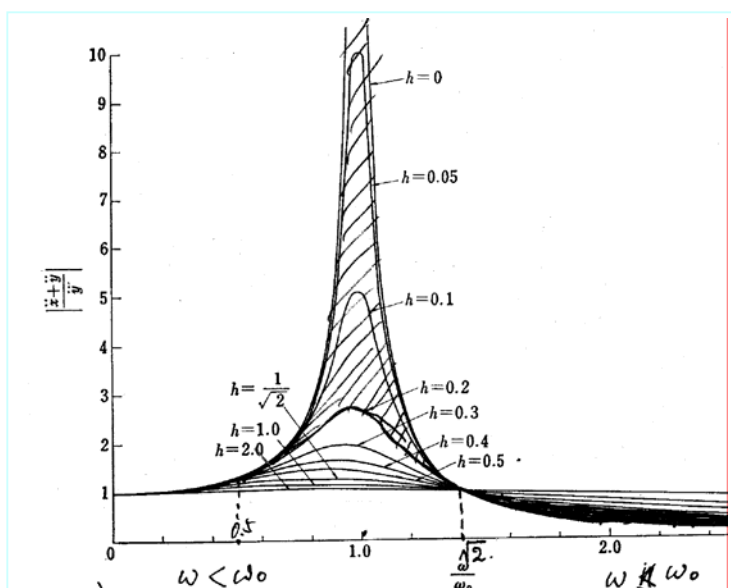


図 3-1.4 強制振動による加速度応答倍率 (周波数伝達関数) 出典:参考文献1

ここまでで、式(3.16)、式(3.18)から調和地動に対する応答において、 $\sqrt{1 + 4h^2} \approx 1$ とされる範囲で

$$\begin{aligned} y &= (y'' + y_0'') / \omega_0^2 \dots\dots\dots (3.20) \\ y' &= (y'' + y_0'') / \omega_0 \end{aligned}$$

の関係がえられる。

(6) ランダムな地震に対する応答

ランダムな地震波に対する応答を求めるにはいくつかの方法がある。(次節説明)ここでは、「フーリエ変換による伝達関数を用いた計算法」を見てみる。

ここで加速度地動をフーリエ級数で表し正弦波の集まりとする

$$y'' = \sum \alpha_n \cdot \cos(\omega_n t + \phi_n) \quad (n=1 \rightarrow \infty) \dots\dots\dots (3.21)$$

ω_1 : 地動の成分正弦波のうち最小振動数

$$\omega_n = n\omega_1 \quad (n=2,3,4,\dots\dots)$$

式(17)は、

$$y = - \frac{1}{\omega_0^2} \sum |S_d(i\omega_n)| \cdot \alpha_n \cdot \cos(\omega_n t + \phi_n - \psi_n) \dots\dots\dots (3.22)$$

$$|S_d(i\omega_n)| = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega_n/\omega_0)^2]^2 + 4h^2 \cdot (\omega_n/\omega_0)^2}} \dots\dots\dots (3.23)$$

$$\psi_n = \tan^{-1} [2h(\omega_n/\omega_0) / (1 - (\omega_n/\omega_0)^2)] \dots\dots\dots (3.24)$$

ここに、 ω_0 は建物の固有角振動数で、式(19)は、

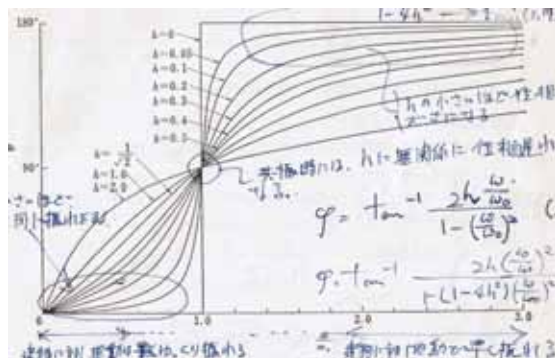
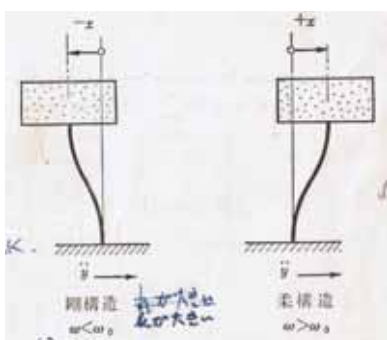
$$y'' + y_0'' = \sum |S_a(i\omega_n)| \cdot \alpha_n \cdot \cos(\omega_n t + \phi_n - \psi_n) \dots\dots\dots (3.25)$$

$$|S_a(i\omega_n)| = \frac{\sqrt{1 + 4h^2 \cdot (\omega_n/\omega_0)^2}}{\sqrt{[1 - (\omega_n/\omega_0)^2]^2 + 4h^2 \cdot (\omega_n/\omega_0)^2}} \dots\dots\dots (3.26)$$

ここで重要なことは、このように伝達関数で表現すると建物も固有角振動数 ω_0 に近い式(3.21)の角振動数 ω_n の地震動の成分 α_n が大きければ、建物の応答がかなり大きくなることです。

$$\psi_n = \tan^{-1} [2h(\omega_n/\omega_0)^3 / (1 - (1 - 4h^2)(\omega_n/\omega_0)^2)] \dots\dots\dots (3.27)$$

また、式(3.27)から応答時の位相は、建物の固有角振動数 ω_0 と地震動の卓越振動数 ω の大小によって、地震動の方向と建物の揺れ方向が逆になる場合と同方向になる場合があることです。



出典:参考文献1

3-2. 固有値解析法

ここまで、理論の中に固有各振動数 ω_0 が頻繁に使用されている。固有振動数と周期 T_0 との関係は $\omega_0 = 2\pi / T_0$ で周期を回転としたとき1秒で回転する角度を意味し、固有値という言葉でまとめられている。ここでは、この固有値の持つ意味を見てみます。

固有値は減衰のない自由振動方程式 $m \cdot y'' + k \cdot y = 0$ の解で、振動波形 y を $y = a \cdot \sin \omega t + b \cdot \cos \omega t$ としたとき、

$$m \omega^2 (-a \cdot \sin \omega t - b \cdot \cos \omega t) + k (a \cdot \sin \omega t + b \cdot \cos \omega t) = 0$$

$$\omega^2 = k/m$$

となり、固有周期は、1質点系では $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{M/K}$ と定義される。

多質点系では、この固有周期は自由度数の分だけ存在し、その固有周期で揺れ形(固有モード)がある。この固有値(周期、モード)を求める方法には、古くから「ヤコビ法、ハウスホルダー法、スツルム法、べき乗法、ホルツァ法、ストドラ法など」があるが、建築では1次や2次周期が重視されるためストドラ法やホルツァ法が良く使われている。

1) 2質点系の固有値

ここでは、多質点系の固有値の持つ役割を見るために最小の多質点として2質点系モデルの自由振動を考えます。

1質点系では固有値＝固有周期(固有振動数)でしたが、多質点系では、振動モードの考え方が加わります。

図3-2.1に2質点のフレームを示す。このフレームは低層であるため、せん断変形型の構造物とする。

この時、第2層における釣り合い方程式は

$$m_2 \cdot X''_2 + (X_2 - X_1) k_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (3.28)$$

第1層は、

$$m_2 \cdot X''_2 + m_1 \cdot X''_1 + X_1 \cdot k_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (3.29)$$

$$\text{となり、} \quad m_1 \cdot X''_1 - (X_2 - X_1) k_2 + X_1 \cdot k_1 = 0$$

$$m_2 \cdot X''_2 + (X_2 - X_1) k_2 = 0$$

とならび変え

$$m_1 \cdot X''_1 + (k_1 + k_2) X_1 - k_2 \cdot X_2 = 0$$

$$m_2 \cdot X''_2 - k_2 X_1 + k_2 \cdot X_2 = 0$$

$$\text{ここで、} \quad k_{11} = k_1 + k_2, \quad k_{12} = -k_2, \quad k_{21} = -k_2, \quad k_{22} = k_2$$

と整理すると、

$$m_1 \cdot X''_1 + k_{11} \cdot X_1 + k_{12} \cdot X_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (3.30)$$

$$m_2 \cdot X''_2 + k_{21} \cdot X_1 + k_{22} \cdot X_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (3.31)$$

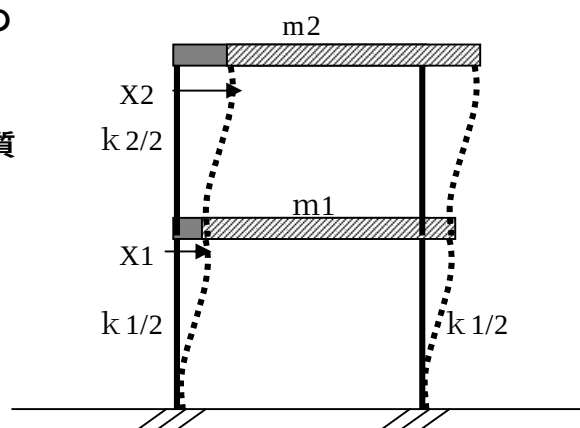
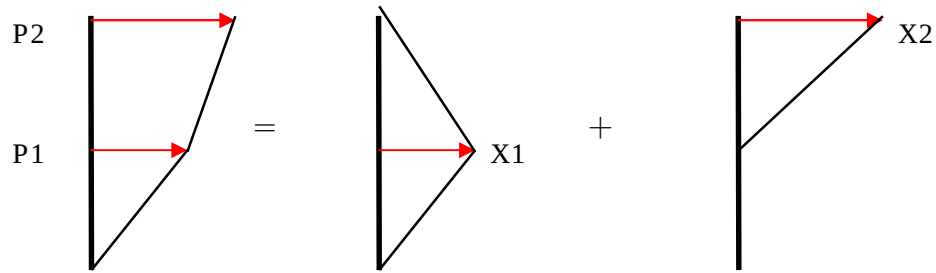


図 3-2.1 2質点系モデル

この物理的意味は、以下の変形の組合せを考えると



と表現され、力の関係で示すと変位(X1, X2)を単位変位すると

$$\begin{aligned} P_2 &= k_{21} \cdot X_1 + k_{22} \cdot X_2 \\ P_1 &= k_{11} \cdot X_1 + k_{12} \cdot X_2 \end{aligned}$$

このことは、荷重(P1, P2)と変位(X1, X2)の関係は、1層の単位変位 X1 を生じさせる力と、第2層に X2 の変位を生じる力を加えれば釣り合うということを示す。

即ち、 k_{ij} : j 層にのみ単位変位を与え、i 層に加えるべき力を意味する。

ここで、(3. 30),(3. 31) 式をマトリックス表示すると

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

となります。2質点系以上も同ような形となり、mの質量マトリックスは対角独立要素のみが存在し、kの剛性マトリックスは、対角以外の非連成要素が存在し、上下階の力の相互作用を意味します。

ここで、固有値の話に戻るために、変位 X1, X2 の解として1質点系と同様に振動の様子を関数で表現します。

$$X_1 = X_1 \cdot e^{i\omega t}, \quad X_2 = X_2 \cdot e^{i\omega t} \quad (\text{ここに、オイラー式 } e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t)$$

$$(k_{11} - m_1 \cdot \omega^2) X_1 + k_{12} \cdot X_2 = 0 \quad \dots \dots \dots (3. 32)$$

$$k_{21} \cdot X_1 + (k_{22} - m_2 \cdot \omega^2) X_2 = 0 \quad \dots \dots \dots (3. 33)$$

ここで、マトリックス表示すると

$$\begin{bmatrix} k_{11} - m_1 \cdot \omega^2 & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} - m_2 \cdot \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$(k_{11} - m_1 \cdot \omega^2)(k_{22} - m_2 \cdot \omega^2) - k_{12} \cdot k_{21} = 0$$

この解は、 $\omega = \pm \omega_1$, $\omega = \pm \omega_2$ となり、負は意味が無いので $\omega = \omega_1$, ω_2 の 2 個となります。

常に、 $\omega_1 < \omega_2$ の関係が成り立つように 1 次、2 次が設定される。

$\omega = \omega_1$ のとき、振幅比は、(3. 32) 式、又は(3. 33)式 から

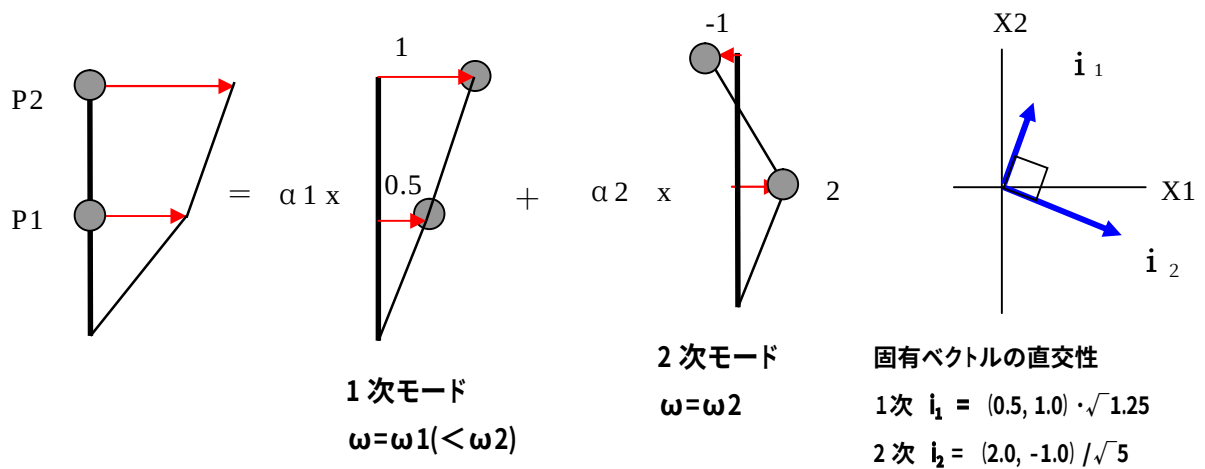
$$X_2/X_1 = (k_{11} - m_1 \cdot \omega_1^2) / (-k_{12})$$

$$\text{又は、} \quad X_2/X_1 = (-k_{21}) / (k_{22} - m_2 \cdot \omega_1^2)$$

と一定の値になる。

このことは、固有振動数 ω_1 , ω_2 で振動するとき、1 層と 2 層の振幅比 (固有モードという) が常に一定となることを意味し、多層モデルも同じで、系の自由度の分、固有値があり、モードが存在する。

ここで 1 次振動モード $X_2/X_1 = 2$, $X_2/X_1 = -1/2$ の場合モード形は下記のように最上階を単位変位 1 としたモードとなり、常に縦軸と交点が次数分ある形になる。また、この 2 つのモードは $X_2 = 2 \cdot X_1$, $X_2 = -X_1/2$ の関係は X_1, X_2 座標において直交し、便利上、長さを 1 とした単位ベクトル (i_1 , i_2) で表現しておきます。また、直交するとは相互の独立していることを示しています。



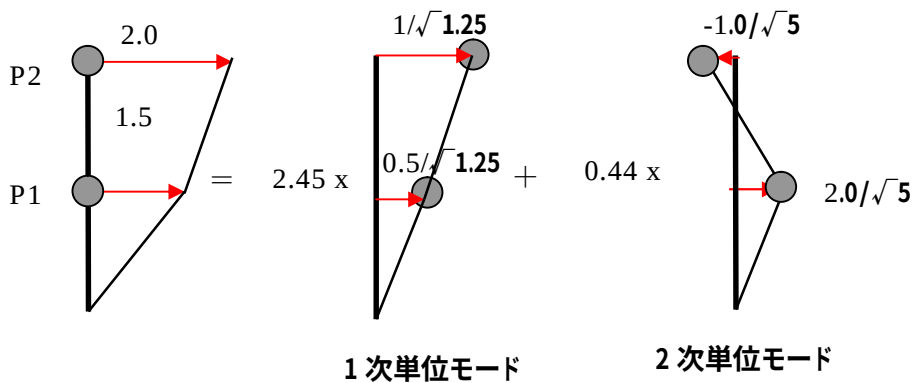
更に、この固有モードは、任意な変形成分 $\delta = (\delta_1, \delta_2)$ が与えられると、この単位固有モードを使って表せる。即ち、

$$\delta = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} = q_1 \cdot i_1 + q_2 \cdot i_2 \quad \dots\dots\dots (3.34)$$

となり、左右に各ベクトルを掛けて、内積 $i_1 \cdot i_1 = 1.0$ $i_1 \cdot i_2 = 0$ の関係をもちいると q_1, q_2 が下式となる。例えば $(\delta_1, \delta_2) = (1.5, 2.0)$ とすると

$$q_1 = \delta \cdot i_1 = (1.5, 2.0) \cdot \begin{Bmatrix} 0.5/\sqrt{1.25} \\ 1.0/\sqrt{1.25} \end{Bmatrix} = 1.5 \times 0.5/\sqrt{1.25} + 2/\sqrt{1.25} = 2.45$$

$$q_2 = \delta \cdot i_2 = (1.5, 2.0) \cdot \begin{Bmatrix} 2/\sqrt{5} \\ -1.0/\sqrt{5} \end{Bmatrix} = 1.5 \times 2/\sqrt{5} - 2/\sqrt{5} = 0.44$$



ここで重要なことは、この単位固有モードは、任意な外乱に対する応答もこのモードの組合せでほぼ表現できることを表しています。このことは振動工学のスペクトル法などの基本になっている。

さらに、 $q_1 \cdot i_1 = q_1 \{X_1\} = \begin{Bmatrix} X_{11} \\ X_{21} \end{Bmatrix}$ $q_2 \cdot i_2 = q_2 \{X_2\} = \begin{Bmatrix} X_{12} \\ X_{22} \end{Bmatrix}$

この変位ベクトルは(3.32),(3.33)式を満たすはずで、

1 次 $\{X_1\}$ に対して
$$\left. \begin{aligned} m_1 \cdot \omega^2 \cdot X_{11} &= k_{11} \cdot X_{11} + k_{12} \cdot X_{21} \\ m_2 \cdot \omega^2 \cdot X_{21} &= k_{21} \cdot X_{11} + k_{22} \cdot X_{21} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.35)$$

2 次 $\{X_2\}$ に対して
$$\left. \begin{aligned} m_1 \cdot \omega^2 \cdot X_{12} &= k_{11} \cdot X_{12} + k_{12} \cdot X_{22} \\ m_2 \cdot \omega^2 \cdot X_{22} &= k_{21} \cdot X_{12} + k_{22} \cdot X_{22} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.36)$$

ここで、(3. 35)式に2次の変位成分を上式に X_{12} , 下式に X_{22} , を掛けて加える。また、

(3. 36)式に1次の変位成分を上式に X_{11} , 下式に X_{21} , を掛けて加える。それらを比較し $k_{12} = k_{21}$ の相反定理を用いると、

$$(\omega_1^2 - \omega_2^2) (m_1 \cdot X_{11} \cdot X_{12} + m_2 \cdot X_{21} \cdot X_{22}) = 0$$

の関係が得られ、 $\omega_1 \neq \omega_2$ であるから

$$m_1 \cdot X_{11} \cdot X_{12} + m_2 \cdot X_{21} \cdot X_{22} = 0 \quad \dots\dots\dots (3. 37)$$

このことは、マトリックス式で表すと 次式となり、 $\{X_{12}, X_{22}\}$ を $\{X_1\}^T$ と表し転置ベクトルという。

$$\left\{ \begin{matrix} X_{12} & X_{22} \end{matrix} \right\} \left[\begin{matrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} X_{11} \\ X_{21} \end{matrix} \right\} = 0$$

一般に固有ベクトルは、質量分布 (マトリックス) を介して直交することを表している。

この関係を用いて任意の変位 $\delta = \{ \delta \} = q_1 \{ X_1 \} + q_2 \{ X_2 \}$ の両辺に

① ベクトル $\{ m_1 \cdot X_{11}, m_2 \cdot X_{21} \}$ をかけると

$$q_1 = \frac{(\delta_1 \cdot m_1 \cdot X_{11} + \delta_2 \cdot m_2 \cdot X_{21})}{(m_1 \cdot X_{11}^2 + m_2 \cdot X_{21}^2)} = \frac{\{ \delta \} [M] \{ X_1 \}}{[M] \{ X_1^2 \}} \quad \dots\dots\dots (3. 38)$$

② ベクトル $\{ m_1 \cdot X_{12}, m_2 \cdot X_{22} \}$ をかけると

$$q_2 = \frac{(\delta_1 \cdot m_1 \cdot X_{12} + \delta_2 \cdot m_2 \cdot X_{22})}{(m_1 \cdot X_{12}^2 + m_2 \cdot X_{22}^2)} = \frac{\{ \delta \} [M] \{ X_2 \}}{[M] \{ X_2^2 \}} \quad \dots\dots\dots (3. 39)$$

このように、質点の変位が与えられた場合、質量[m] と 固有モード $\{X_1\}, \{X_2\}$ から各固有モードの倍率 q が求まり任意は変位は固有モードを q_i 倍して足し合わせで求められることを表している。

3-3. 2質点系モデルへの展開

前節では2質点系の自由振動から固有値の意味には固有モードが含まれ、多質点系の応答と深い関わりがあることがわかりました。ついでに2質点系の地震応答を見てみます。

(1) 2質点系の地震応答

図 3-3.1 に減衰があり地動 $y''(t)$ を受ける2質点のフレームを示す。このフレームは低層であるため、せん断変形型の構造物とする。この時、第1層における釣り合い方程式は2質点系の自由振動の式(3. 30), (3. 31)と同様に

$$m_1 \cdot X''_1 + C_{11} \cdot X'_1 + C_{12} \cdot X'_2 + k_{11} \cdot X_1 + k_{12} \cdot x_2 = -m_1 y'' \quad \dots\dots\dots (3. 30')$$

第2層は、

$$m_2 \cdot X''_2 + C_{21} \cdot X'_1 + C_{22} \cdot X'_2 + k_{21} \cdot X_1 + k_{22} \cdot x_2 = -m_2 y'' \quad \dots\dots\dots (3. 31')$$

となり、 $k_{11} = k_1 + k_2$, $k_{12} = -k_2$, $k_{21} = -k_2$, $k_{22} = k_2$

$$C_{11} = C_1 + C_2, \quad C_{12} = -C_2, \quad C_{21} = -C_2, \quad C_{22} = C_2$$

の関係がある。ここで、上式をマトリックス表示すると

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X''_1 \\ X''_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X'_1 \\ X'_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = -y'' \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

と表され、一般にn層の場合も同様に表現されます。これを簡単に

$$[M] \{ \ddot{x} \} + [C] \{ \dot{x} \} + [K] \{ x \} = -y'' [M] \{ 1 \} \quad \dots\dots\dots (3. 40)$$

ここに、 $[M]$: 質量マトリックス、 $[C]$: 減衰マトリックス、 $[K]$: 剛性マトリックス

$\{ \ddot{x} \}$: 加速度ベクトル、 $\{ \dot{x} \}$: 速度ベクトル、 $\{ x \}$: 変位ベクトル

ここで、(3.34)式同様に $\{ X \}$ を固有モード $\{ X_1 \}$, $\{ X_2 \}$ で表せる。

$$\{ X \} = q_1 \{ X_1 \} + q_2 \{ X_2 \} \quad \dots\dots\dots (3. 41)$$

また、(3.38),(3.39)式の変位ベクトル $\{ \delta \}$ を単位ベクトル $\{ 1 \}$ とすると

$$\{ 1 \} = \frac{\{ 1 \} [M] \{ X_1 \}}{[M] \{ X_1^2 \}} \{ X_1 \} + \frac{\{ 1 \} [M] \{ X_2 \}}{[M] \{ X_2^2 \}} \{ X_2 \} \quad \dots\dots\dots (3. 42)$$

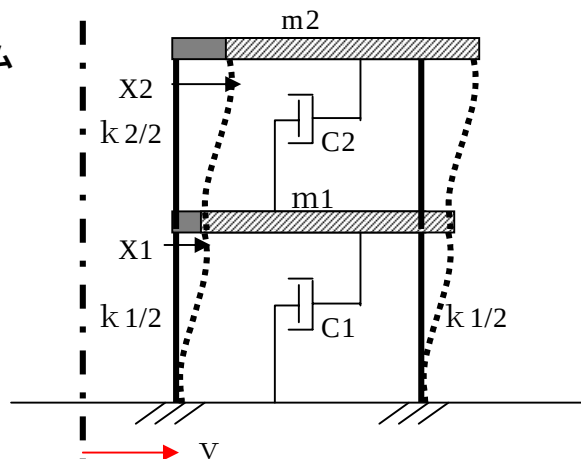


図 3-3.1 2質点系モデル

この式は単位変位 $\{1\}$ となる変形も固有モード $\{X_i\}$ と質量 $[M]$ とで設定が可能でその倍率を β とすると

$$\beta_1 = \frac{\{1\}^T [M] \{X_1\}}{[M] \{X_1\}^2} \quad \beta_2 = \frac{\{1\}^T [M] \{X_2\}}{[M] \{X_2\}^2} \quad \dots\dots\dots (3.43)$$

となり、この β_i を振動の刺激係数といわれる。この係数と変位ベクトル (3.41)式を用いて運動方程式 (3.40)式を書き直すと

$$\sum [M] \{X_j\} q_j'' + \sum [C] \{X_j\} q_j' + [K] \{X_j\} q_j = -y'' \sum [M] \{X_j\} \beta_j \quad , \quad j=1,2 \quad (\text{次数})$$

$\dots\dots\dots (3.44)$

ここに $\sum$ は $j=1,2$ の総和、 q_j は(3.38),(3.39)式の変位ベクトル $\{\delta\}$ できまるため微分表現とする。
この式(3.44)は、建物の応答 (変位、速度、加速度) を固有モードの足し合わせ表現すると外力も右辺式を用いてモード分解していいことを意味している。

さらに、(3.44)式の両辺に $\{X_j\}^T$ に掛ける (内積) と、固有モードの直交性より

即ち、 $\{X_1\}^T [M] \{X_2\} = 0$ 、 $\{X_1\}^T [C] \{X_2\} = 0$ 、 $\{X_1\}^T [K] \{X_2\} = 0$ を利用すると

$$\begin{aligned} \{X_1\}^T [M] \{X_1\} q_1'' + \{X_1\}^T [C] \{X_1\} q_1' + \{X_1\}^T [K] \{X_1\} q_1 &= -y'' \{X_1\}^T [M] \{X_1\} \beta_1 \\ \{X_2\}^T [M] \{X_2\} q_2'' + \{X_2\}^T [C] \{X_2\} q_2' + \{X_2\}^T [K] \{X_2\} q_2 &= -y'' \{X_2\}^T [M] \{X_2\} \beta_2 \\ &\dots\dots\dots (3.45) \end{aligned}$$

となり、次数別の運動方程式が求まる。これで明らかに右辺は次数別の地震動といえる。

(2) 1 質点系の地震応答に変換

さらに、下式のように整理すると、

$$\text{広義の質量} \quad M_1 = \{X_1\}^T [M] \{X_1\} = \sum m_i X_i^2 \quad i=1,2 \quad (\text{層数})$$

$$\text{広義の減衰} \quad C_1 = \{X_1\}^T [C] \{X_1\} = \sum (\sum C_{ir} X_i) X_r \quad i=1,2 \quad (\text{層数}), r=1,2 \quad (\text{連成層No})$$

$$\text{広義の剛性} \quad K_1 = \{X_1\}^T [K] \{X_1\} = \sum (\sum K_{ir} X_i) X_r \quad i=1,2 \quad (\text{層数}), r=1,2 \quad (\text{連成層No})$$

$$\begin{aligned} M_1 q_1'' + C_1 q_1' + K_1 q_1 &= -y'' M_1 \beta_1 \\ M_2 q_2'' + C_2 q_2' + K_2 q_2 &= -y'' M_2 \beta_2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.46)$$

また、 $\omega_j^2 = K_j / M_j$ 、 $h_j = C_j / (2M_j \omega_j)$ とすると

$$q_j'' + 2h_j \omega_j q_j' + \omega_j^2 q_j = -y'' \beta_j \quad \dots\dots\dots (3.47)$$

この式の意味するところは、固有モードを用いて多質点系の応答を次数分解ができ、各次の1質点系の振動方程式になることを示している。ただし、荷重に β_j 倍されているため応答変位 $\{\delta\}$ は

$$\{\delta(t)\} = \sum \beta_j \{X_j\} q_{jo}(t) \quad \text{ここに、} q_j(t) = \beta_j \cdot q_{jo}(t) \quad \dots\dots\dots (3.48)$$

と表現され、各次の1質点系応答 $q_{jo}(t)$ から多質点の応答を推定できることになる。

この関係をランダムな地動(3.21)式

$$y'' = \sum \alpha_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t + \phi_n) \quad (n=1 \rightarrow \infty) \dots\dots\dots (3.21)$$

に対する応答に展開しモード分解をすると(3.22), (3.23),(3.25),(3.26)式は

$$\{q_r\} = - \sum \left(\frac{1}{\omega_j^2} \sum \beta_j \{X_j\} |S_{dj}(i\omega_n)| \cdot \alpha_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t + \phi_n - \psi_n) \right) \dots\dots\dots (3.49)$$

$$|S_{dj}(i\omega_n)| = \frac{1}{\sqrt{([1 - (\omega_n/\omega_j)^2]^2 + 4h_j^2 \cdot (\omega_n/\omega_j)^2)}} \dots\dots\dots (3.50)$$

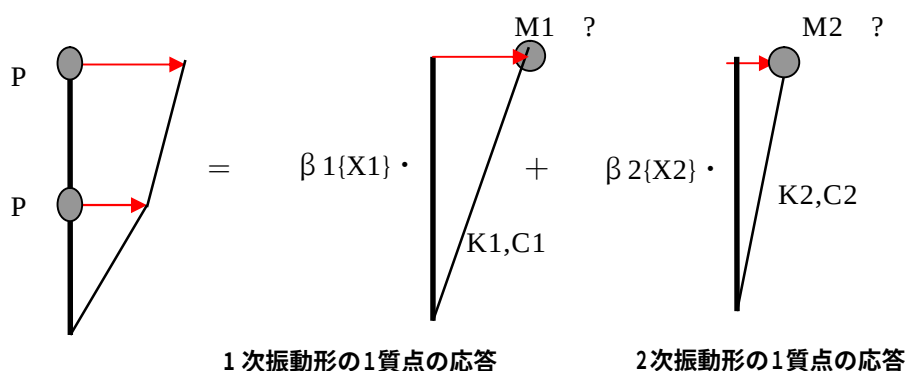
$$\begin{aligned} \{y'' + X_r''\} &= \sum \left(\sum \beta_j \{X_j\} |S_a(i\omega_n)| \cdot \alpha_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t + \phi_n - \psi_n) \right) \\ &= \sum \beta_j \{X_j\} \omega_j^2 \cdot \{q_r\} \dots\dots\dots (3.51) \end{aligned}$$

$$|S_{aj}(i\omega_n)| = \frac{\sqrt{1 + 4h_j^2 \cdot (\omega_n/\omega_j)^2}}{\sqrt{([1 - (\omega_n/\omega_j)^2]^2 + 4h_j^2 \cdot (\omega_n/\omega_j)^2)}} \dots\dots\dots (3.52)$$

ここに、 $S_{dj}(i\omega_n)$ 、 $S_{aj}(i\omega_n)$ は、 j 次振動モードにおける変位、加速度の伝達関数を示す。

(3) 有効質量

ここまでで、2層建物は、2つの独立な(直交した)振動形(モード)に分解できることがわかったので、それぞれの振動形で応答を求めて合成すればよいことになる。概念図を以下に示す。



ここで、各次の質量は、(3.48)式の関係と広義の質量 $M_s = \{X_1\}^T [M] \{X_1\}$ から β_j^2 を掛けたものとなる。

$$\begin{aligned} M_j &= \beta_j \{X_j\}^T [M] \beta_j \{X_j\} = \beta_j^2 \{X_j\}^T [M] \{X_j\} \\ &= \sum \beta_j \{M\}^T \{X_j\} \\ &= (\sum m_i \cdot X_{i,j})^2 / \sum m_i \cdot X_{i,j}^2 \end{aligned}$$

この j 次の質点 M_j を「有効質量」、「等価質量」といい、 $\sum M_j = M$ (全体質量)である。全体質量に対するモード別の比率になっており、多くの次数まで扱うと誤差が少なくなる。1次だけで近似した場合、多質点系は1質点系の応答計算方法が適用される。

3-4. 振動解析理論の展開

ここまで、1 質点系のモデルによる振動理論を見てみたが、実建物では多くの質点を有する。多くの質点を有する建物 (多質点系建物モデル) の振動解析をするためには、以下の2つの考え方が生まれる。

- ① 1 質点系の振動理論を多くの質点を持つ建物解析モデルの振動理論に拡張する。
- ② 多くの質点を持つ建物解析モデルを1 質点系のモデルに縮小し振動理論を適用する。

この考え方によって計算方法がことなる。

多質点系の解析モデルによる計算方法として以下の2つの方法がある。

方法1. ニュートン・ラプソン法を用いた差分方程式をマトリックスに展開電算で逐次積分する方法

方法2. フーリエ変換した地震動と建物の伝達関数をマトリックス展開して掛け合わせ逆フーリエ変換する計算法 (ただし、線形応答解析のみ)

一方、等価な1 質点系の解析モデルによる計算方法として以下の方法がある。

方法3. 多質点系モデルをエネルギー等価な1 質点に縮約し応答スペクトルと復元力曲線を用いた計算法 (限界耐力法など)

現在は、コンピュータの性能が向上し、どの方法も容易に算定されるが、それぞれに特徴があり解析の精度や評価する応力や目的に応じて選択する必要がある。また、地震動の大きさによっては地盤の要素や非線形な部材領域の考慮などが異なり、モデル化上の重要な条件となります。

例えば、建物部材の非線形特性まで考慮し、層に降伏した状態が生じる領域まで解析したい場合は、「方法1」、「方法3」が適する。

更に、高次モードが無視できない高層建物や質量バランスが悪い建物の解析では「方法1」が適する。また、平面計画が非対称で“ねじれ”が大きく生じる場合は、立体解析モデルを用いた「方法1」が適する。これらの適正は、建物の解析モデルを作成してみると判断がし易くなる。

一般に建物構造のモデルを分類すると以下ようになる。

今回 FEM 省略

構 造 体		
線材モデル (ビーム要素置換)		FEMモデル (ビーム要素、板要素)
平面モデル (2次元空間)		立体モデル (3次元空間)
多質点系モデル	ロッキングスウェイモデル	地盤連成モデル

<目的の応答分類>

全体系の応答	フレーム応答	部材応答	地盤応答
--------	--------	------	------

<必要とされる部材モデル>

等価せん断型モデル	等価せん断型モデル	部材レベルモデル	+地盤のせん断バネモデル
曲げせん断型モデル	曲げせん断型モデル		+減衰要素
	曲げせん断棒型モデル		+ロッキングバネ
	魚骨モデル		+スウェイバネ

3-5. 建築物の振動解析モデル化

ここでは、建築物の解析モデルとしてよく使われる多質点系の解析モデルを見てみることにします。

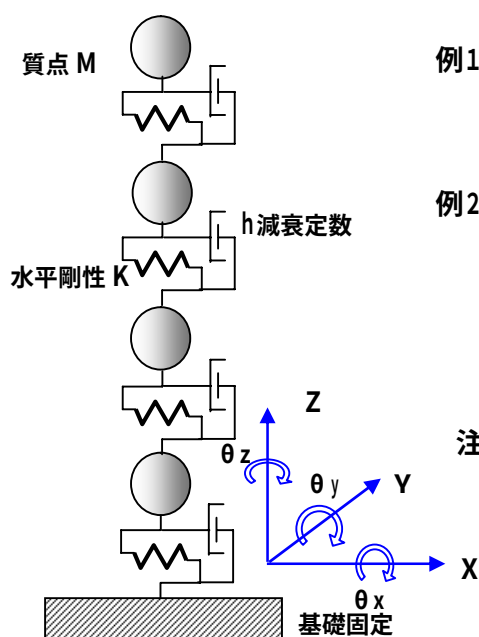
解析モデルは、実建物の挙動を出来るだけ詳細に求めることが望まれるが、計算方法の煩雑さからエネルギー的に等価になる簡易モデルが使用されてきた。また、地震動が長時間であることから運動方程式を数万回解く演算を行う手間からも、解析モデルはある程度単純化が必要とされてきた。コンピュータの高性能化は、複雑な立体モデルによる地震応答解析を可能としているが、そもそも地震動の不確定性や各部材応力の解析と設計の間には一貫解析のようなプログラムの介在が必要な現状では、応答性能は重心で評価できれば十分であるため、特殊な評価を必要とする解析を除けば、簡易なモデルで十分とされているのが現状でしょう。

(1) 串団子モデル(多質点系集中マスモデル) 等価せん断モデル、等価曲げせん断モデル)

串団子モデルは、建物の上下階中央からの重量を中央の床スラブレベルに集中させ質点とみなし、各階の水平剛性をもつばねで上下階の質点をつないだものである。また、ばね部には減衰性能があるとして減衰定数 h を構造形式(RC, S など)によって設定している。

このモデルにおいても、質点の自由度数、水平バネの変形特性(線形、非線形、せん断変形型、曲げせん断型など)によってモデル化の適正が異なる。

質点の自由度数は、3次元空間では6自由度で全運動を評価することが可能で、設計上重要な自由度のみを考慮したモデルに簡易化している。ここに、6自由度: $X, Y, Z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$



例1: 低層建物で1方向の振動応答を評価する場合

- ・1自由度(1質点あたり): X
- ・水平バネの変形特性: せん断変形型、非線形

例2: 高層建物で1方向の振動応答を評価する場合

- ・2自由度(1質点あたり): X, θ_y
- ・水平バネの変形特性: 曲げせん断変形型、非線形

注: ここで θ_z の自由度を取り入れても“ねじれ”による評価はできません。そのためには、回転 θ_z と X, Y 成分と連動する関係が必要です。立体モデルが必要になる。

図 3-5.1 串団子モデル

(2) 平面フレームモデル

平面フレームモデルは、建物の各構面を取り出したモデルなどを総称している。その中には梁と柱の交点に質点を設け、柱、梁はビーム要素、壁は等価な柱と梁に剛域を設けたビーム要素とするモデル、や耐震壁の部分を取り出した魚骨モデルなどがある。

(ビーム要素による平面フレームモデル)

ビーム要素による平面フレームモデルは、図 3-4.2 に示すような節点に質点を設け梁、柱線材でつないだモデルで表現される。質点の重量は、上下方向には階中央からスパン方向にはスパン中央から節点に集中した重量とし、水平剛性は各柱の左右方向の水平剛性を用いる。減衰要素は、柱部材で評価される。また、梁材は両端に曲げバネ、中央にせん断バネを設けた部材モデルが使用されている。

質点の自由度数は、水平 X 方向の1自由度、節点回りの周り θ_y の1自由度が評価することができる。このモデルにおいても、質点の自由度数、水平バネの変形特性(線形、非線形、せん断変形型、曲げせん断型など)によってモデル化の適正が異なる。

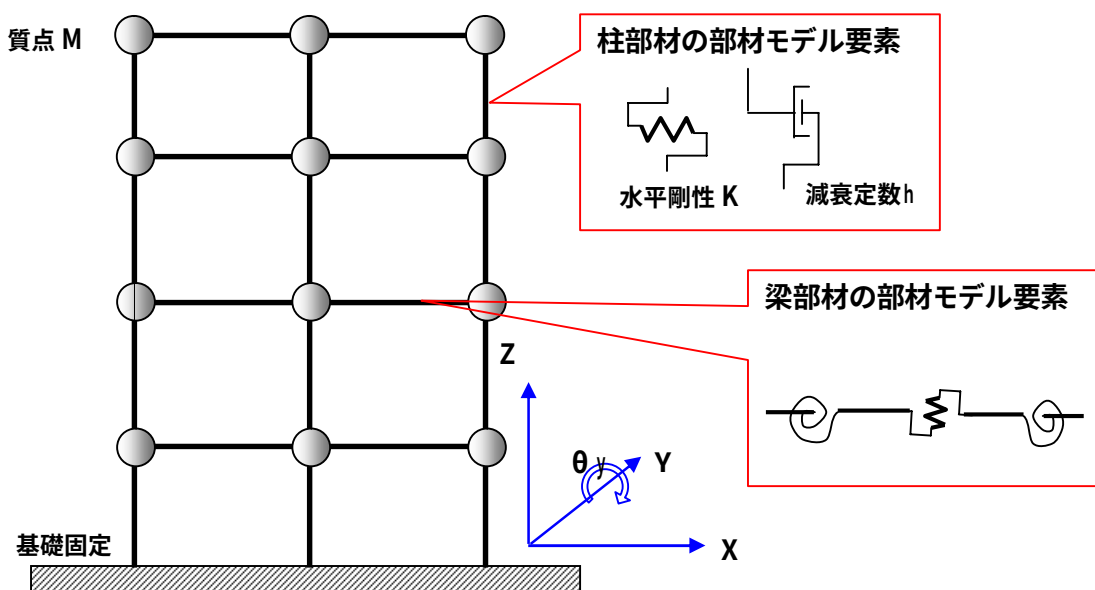


図 3-5.2 平面フレームモデル

(3) 立体モデル (擬似立体モデル、立体モデル)

立体モデルには、擬似立体モデルといわれるモデルとより忠実な立体モデルがある。

(擬似立体モデル)

・擬似立体モデルは、剛床仮定とした床の剛心 X 、 Y 軸上に平面モデルを串団子モデルに置換したものを各構面ごとに配置したものです。各柱、梁部材モデルは全体モデル上にはなく評価できない。床平面上の位置の応答を求めることは可能であるが、重心位置の応答を平面距離で補正したものになる。機能的には串団子モデルに対して床平面内の回転成分の自由度 θ_z が加わったものといえる。斜め加力時には節点と同じ位置にならないことがあり、同一の質点である以上その補正が必要となる。

(立体モデル)

・立体モデルは、図 3-4.3 に示すような平面フレームを X 、 Y 方向に組み合わせた表現となる。質点の重量は、上下方向には階中央からスパン2方向にはスパン中央から節点に集中した重量とし、各柱は2方向の水平剛性と2軸回りの曲げバネ、部材軸方向の軸バネを有する。減衰要素は、柱部材で評価されるが、水平方向に依存した評価となっている。梁材は両端に曲げバネ、中央にせん断バネを設けた部材モデルが使用されている。床は剛床仮定でなくても扱える。

質点の自由度数は、水平 XY 方向の2自由度、節点回りの周り θ_x 、 θ_y と部材軸方向 Z 、と回り θ_z の5自由度が評価することができる。このモデルは上記の2モデルを包絡する機能を有するが計算の簡便化や要求精度に応じて選択される。

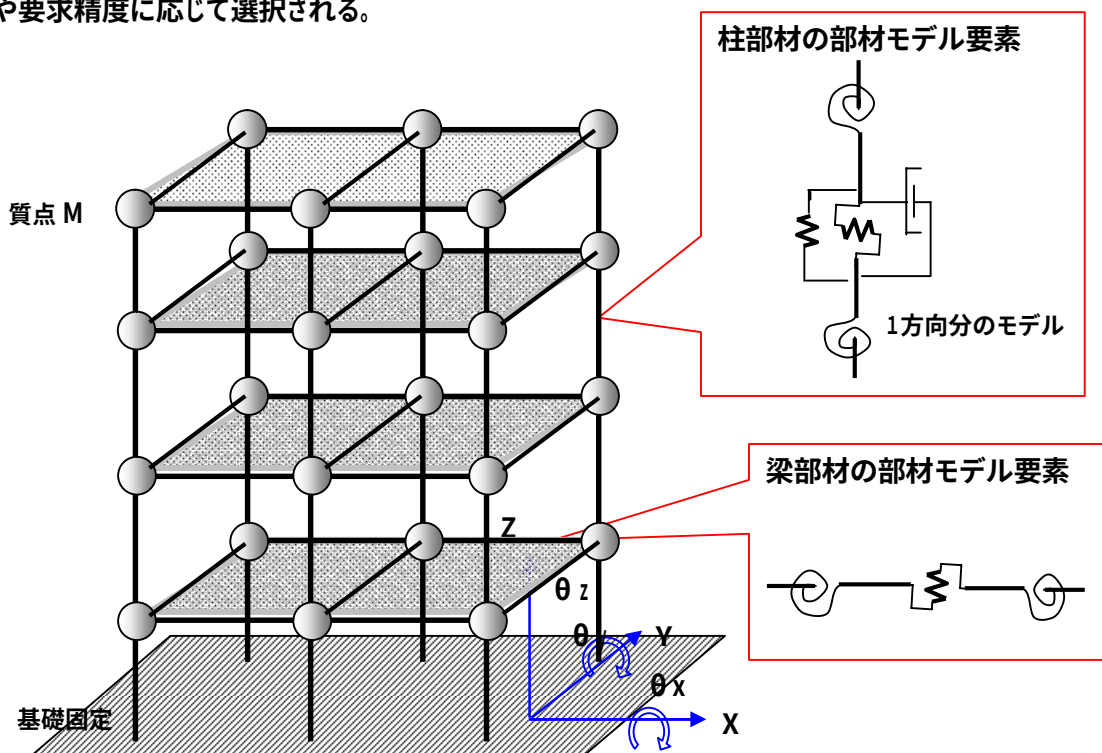


図 3-4.2 立体モデル

・ロッキング・スウェイモデルは、図 3-4.3 に示すように基礎部の下に水平バネと回転バネ、必要に応じて減衰要素を取り付けたモデルである。上部構造のモデルは串団子モデルとしたものが一般的で平面フレームモデルや立体モデルでは回転自由度は鉛直バネで表現される。各要素は次の場合に考慮される。

・直接基礎の建物に水平力が作用し、地盤の上下変形による建物の回転が無視できない場合、地盤の鉛直バネから設定する。

(スウェイバネ)

・軟弱な地盤で杭体の水平抵抗が建物基礎の主な水平抵抗材となっている場合、杭体の水平剛性から設定する。・免震構造の場合、免震部材の水平方向の水平剛性と履歴特性を設定する。

・減衰要素は、地盤が水平方向や回転方向の変形に伴う減衰効果を設定する。逸散減衰もその1つである。質点の自由度数は、水平方向の1自由度、基礎重心回りの周り θ_y の1自由度が評価される。このモデルは上記の串団子モデルを包絡する機能を有する。

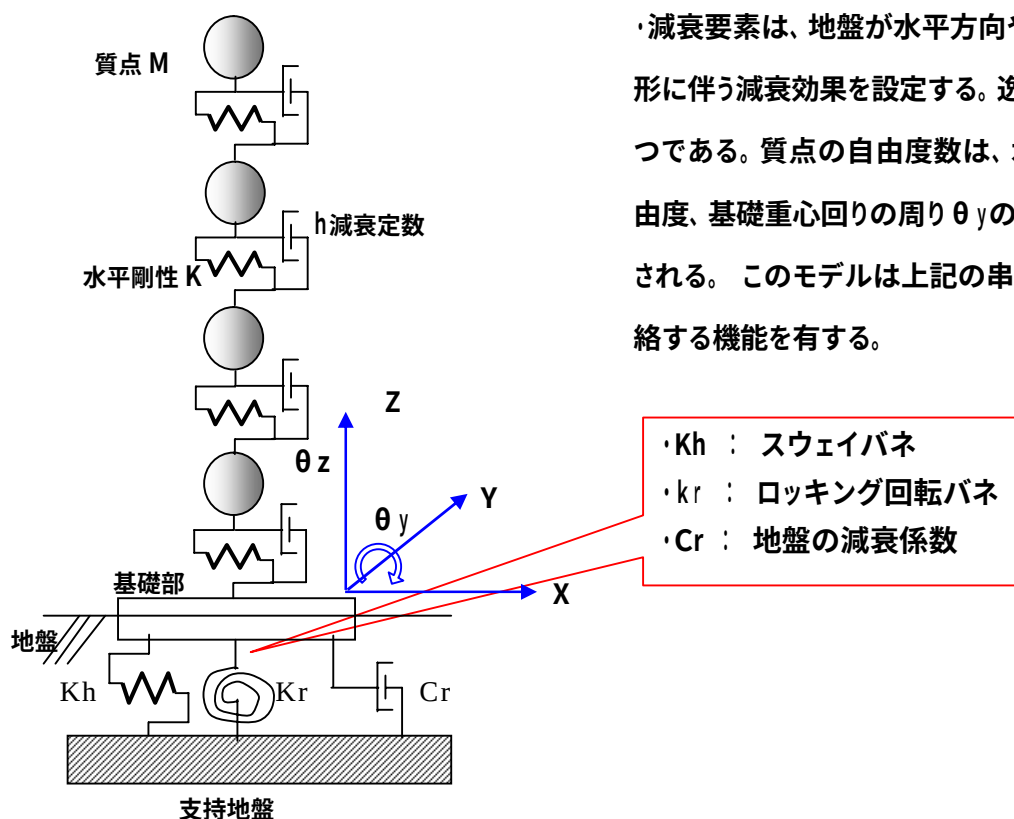


図 3-4.3 ロッキング・スウェイモデル

第4話 地震応答解析の方法に見る振動工学

前節では、1, 2 質点系モデルによる基本振動理論を見てきました。また、理論を建物の解析に適用するために建物用の解析モデルがいろいろとあることを見てきました。ここでは、解析モデルを基に解析計算手法を具体的に見てゆくこととします。現在、良く使用されている応答計算方法には、「時刻歴地震応答解析法」、「応答スペクトル法」、「限界耐力法」、「エネルギー法」などがあり、それらの手法と振動理論の関係を見てゆきます。

なお、ここでは、厳密な分類は避けて、建築の設計において頻繁に使われる用語で区別をしている。

4-1. 時刻歴地震応答解析法

(1) 基本理論

時刻歴地震応答解析法とは、一般にコンピュータを利用しているため、デジタルな地震波の加速度データを直接、運動方程式 (1) に逐次代入して応答値を求める計算方法です。ただし、(1) 式は、1 質点系のものであり (4.1) 式のようにマトリックスで表現して多自由度系の構造体を扱います。また、未知数 (変位、速度) が 2 項あるためこのままでは解を求めることができません。

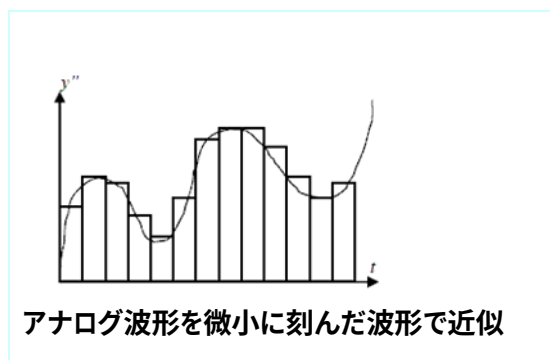
ダランベール運動方程式

$$[m]\{\ddot{y}''\} + [C]\{\dot{y}'\} + [K]\{y\} = -[m]\{\ddot{y}_0''\} \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

ここに $[m]\{\ddot{y}''\}$: 慣性力 $[m]$: 質量 $\{\ddot{y}''\}$: 相対加速度
 $[C]\{\dot{y}'\}$: 減衰力、 $[C]$: 減衰係数 ($=2h\omega m$)、 $\{\dot{y}'\}$: 相対速度
 $[K]\{y\}$: 復元力、 $[K]$: 剛性、 $\{y\}$: 相対変位
 $-[m]\{\ddot{y}_0''\}$: 地震力、 $\{\ddot{y}_0''\}$: 地盤加速度、 $\{\ddot{y}'' + \ddot{y}_0''\}$: 絶対加速度

ここで、 $[C]$ = 構造減衰マトリクス、 $[K]$ = 瞬間剛性マトリクス、 $[C] = 2 \cdot h_1 / \omega_1 \cdot [K]$
 ω_1 = 1 次固有円振動数 h_1 = 0.01 (S 造の場合)、0.03~0.05 (RC 造の場合)

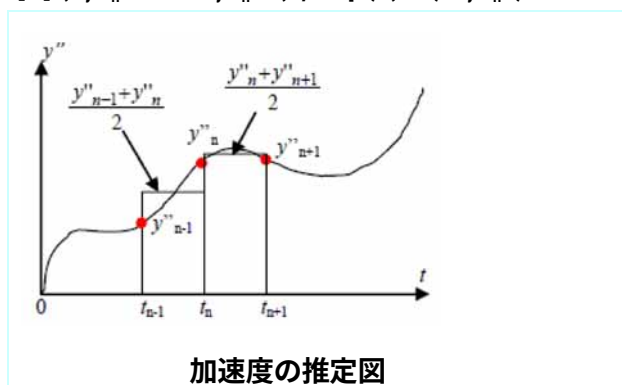
そのため、デジタル値で運動方程式を処理する方法として線形化速度法 (Newmark の β 法)、Wilson の θ 法、HouBolt 法、Runge-Kutta 法などが用いられます。これらの方法では、細かい時間間隔 Δt ごとに運動方程式が成立するとした差分式に変形し、 Δt 後 $t + \Delta t$ 時の建物の状態を推定します。ここでは最も頻繁に使われています Newmark の β 法の概要を紹介します。下図はその考え方を示したもので、経過時間に地震波に対する応答は激しく非線形な結果を生じます。これを極僅かな時間刻みの間であればほぼ線形であるとしてその誤差ができるだけ少なくなるように β 値を調整し、計算をその刻みごとに言うというもので、コンピュータとともに発展した計算手法です。



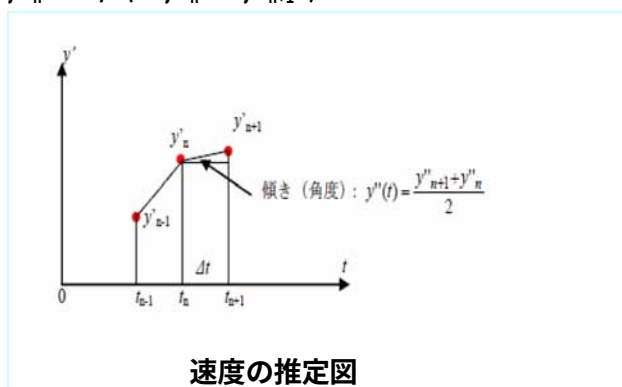
具体的には、(4.1)式は、以下の3式に分解し、初期値を設定して時刻を $t' = t_0 + \Delta t$ $t_0=0.00$ で加算しながら計算を行っていきます。

[Newmark の β 法]

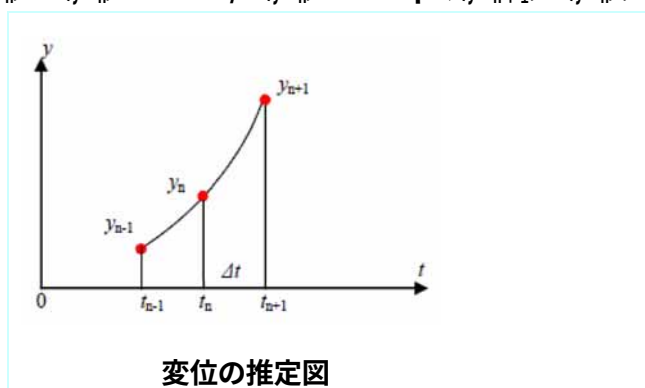
$$\{y''_{n+1}\} = ([m] + (\Delta t/2) [C] + \beta (\Delta t)^2 [K])^{-1} \{ -[m] \{y''_{n+1}\} - [C] (\{y'_n\} + (\Delta t/2) \{y''_{n+1}\}) - [K] (\{y_n\} + \Delta t \{y'_n\} + (1/2 - \beta) (\Delta t)^2 \{y''_n\}) \} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$



$$\{y'_{n+1}\} = \{y'_n\} + 1/2 (\{y''_n\} + \{y''_{n+1}\}) \Delta t \quad \dots\dots\dots (4.3)$$



$$\{y_{n+1}\} = \{y_n\} + \{y'_n\} \Delta t + 1/2 \{y''_n\} \Delta t^2 + \beta (\{y''_{n+1}\} - \{y''_n\}) \Delta t^2 \quad \dots\dots\dots (4.4)$$



β は加速度変化を仮定する定数 線形加速度法の場合: 1/6, 平均加速度法の場合: 1/4

ここで注意すべき点は、 Δt の設定です。部材の非線形特性が明らかな場合、この刻みを微小にしないと計算仮定に誤差が積算し発散します。推奨値 $\Delta t = 0.001$ (秒)

(2) 振動解析モデルの作成

この計算手法を摘要するためには建物構造の質量マトリックス[m]、減衰マトリックス[C]、剛性マトリックス[K]を作成できるモデル化が必要です。図 4-1 に 10 階 S 構造 (制震構造の例) の 2 次元集中質点系振動解析モデルの例を示します。

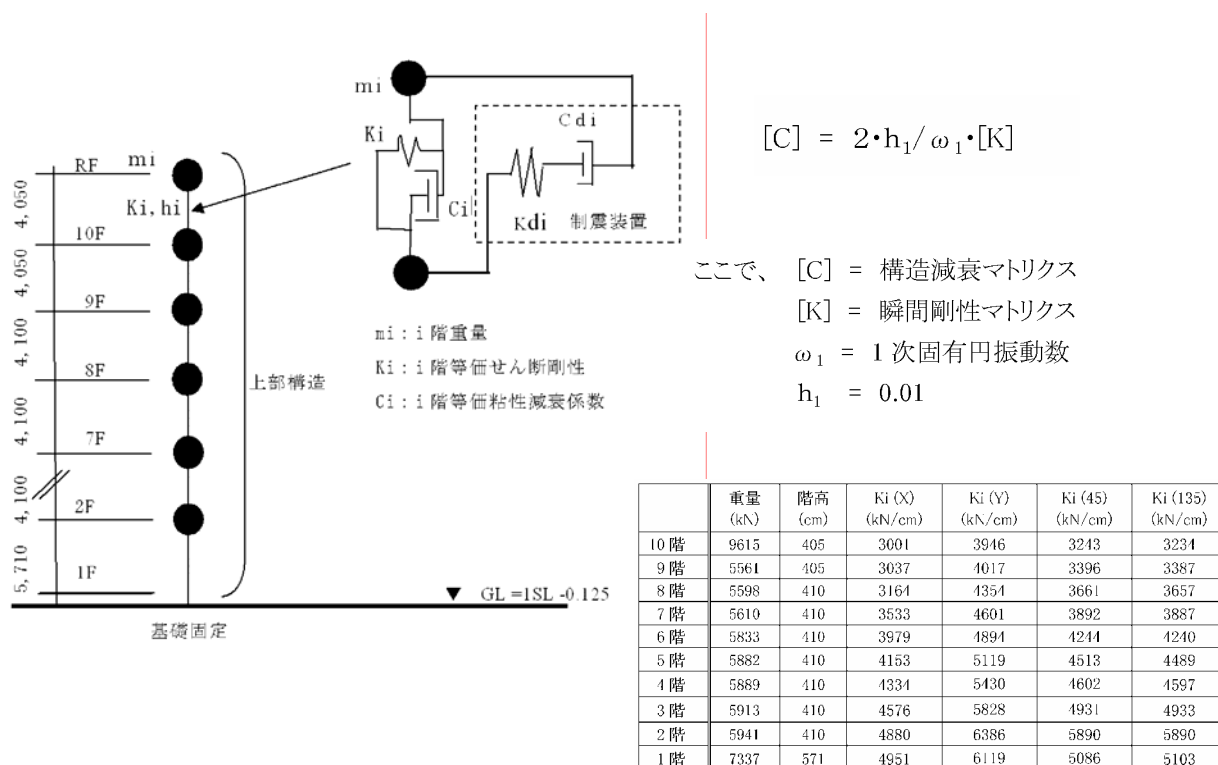


図 4-1 2次元の集中質点 (マス) 系振動解析モデル例

1) 質量マトリックスの作成

質量マトリックスは、3-2 節で示したように各階の地震時用荷重 m_i をマトリックスの対角にセットしたものです。地震用荷重は上下階中間から床レベルに重量を集中させ、積載荷重を地震時のものとしています。

2) 剛性マトリックスの作成

建物の水平方向の剛性に限定して話しますが、せん断剛性、曲げ剛性がありますが、本例が 7 階の中高層建物であることからせん断変形が卓越するとしてここではせん断剛性に限定します。高層・超高層では曲げ成分を考慮した等価曲げせん断型のバネモデルなどで設定します。

線形の状態を扱う領域では、3-2 節で示したように各階の剛性 K_i を加力方向別に求めます。

$$\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & \cdots \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & \cdots \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix}$$

また、大地震時を想定した場合は、フレームにはヒンジが発生し、非線形な領域を考慮する必要があります。その場合は、建物の静的解析モデルを用いて設計層せん断力を3倍程度にして荷重増分解析を行い、各層の層間変位と層せん断抵抗の関係を求めます。図 4-2 には、さらに地震応答時の履歴特性を設定するために2つの折れ点をもつトリ・リニア型復元力モデルにしたものを重ねて示しています。

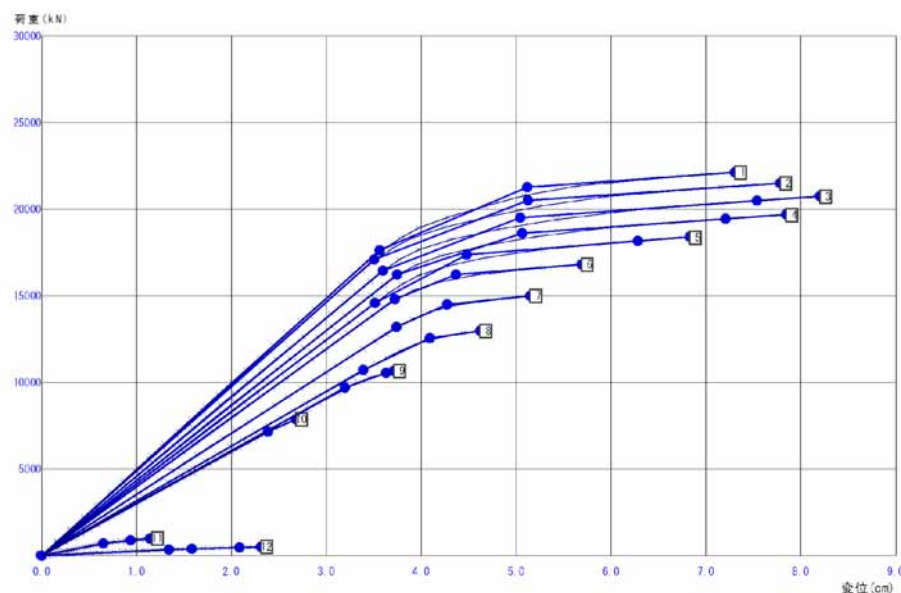


図 4-2 各層の層間変位と層せん断抵抗の関係例

一般に、この履歴特性は、RC造の場合は、復元特性 Degrading・トリ・リニア型モデル (武田モデル) が採用される。S造の場合は、標準トリ・リニア型モデル (図 4-3) が採用される。

このような剛性変化のルールを設定すれば、ニューマークの β 法をもちいても剛性マトリックスをこのルールに従って修正していけば非線形特性が追跡できることになる。

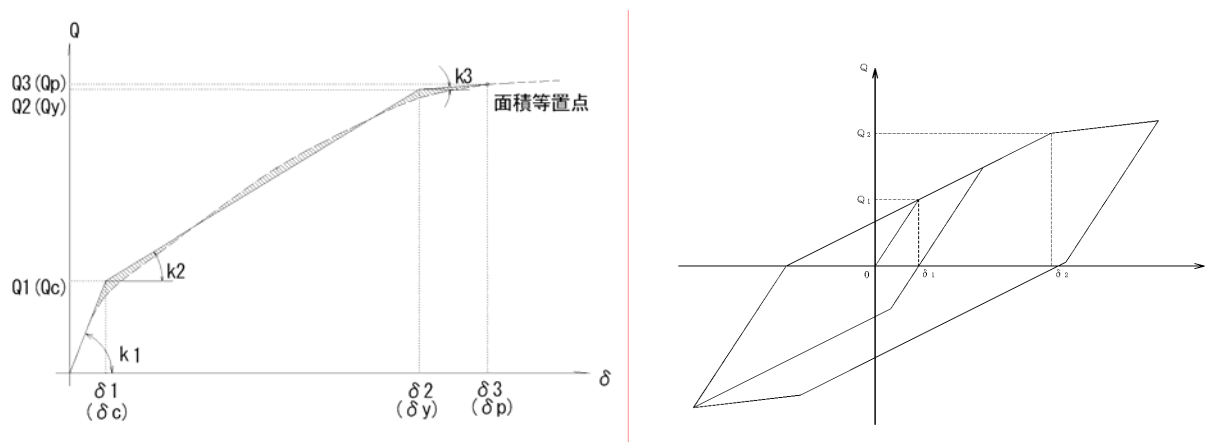


図 4-3 復元カスケルトンの等価面積のモデル化・履歴特性の標準トリ・リニア型スケルトンモデル

3) 減衰マトリックスの作成

ここではフレームの等価粘性減衰定数 $h=2\%$ としていますが、減衰マトリックスは、速度 v を未知数としますので減衰係数 C でセットします。3-1節で $C = 2h\omega m$ としてしますので、減衰マトリックス $[C]$ は

$$[C] = 2h\omega[m]$$

となりますが、 ω は次数で異なるわけですから選定が必要になります。また、質量マトリックスは各層で定義されていますが、 $[C]$ は階(層間)で定義されていますので、直上層の質量が採用されますが、やや不明確な諸元となります。そこで各階の剛性を用いた剛性比例型が汎用しています。

$$[C] = 2h[k]/\omega_1 \quad \omega_1: 1次固有角振動数$$

このような課題はありますが、剛性マトリックス同様に減衰マトリックスも同様な形で作成されます。これも線形の状態を扱う領域では、各階の減衰 C_i を加力方向別に求めます。

$$\begin{bmatrix} C_1+C_2 & -C_2 & 0 & \cdots \\ -C_2 & C_2+C_3 & -C_3 & \cdots \\ 0 & -C_3 & C_3+C_4 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ X'_3 \\ X'_4 \end{Bmatrix}$$

一般に、RC構造は2~3%、S構造は1%が採用されています。

本例では免震構造を示しましたので補足しますが、免震部材は、性能試験による履歴が明確なため履歴によるエネルギー吸収のみを考慮し $h=0$ とします。

4) 解析結果例

上記解析モデルと運動方程式を用いて、時刻歴の入力地震動 y_o'' を Δt ($t=0.001$ 秒)刻みで計算すると地震波の継続時間の建物の状態を表す応答値 $\{y''+y_o''\}$ 、 $\{y'\}$ 、 $\{y\}$ が算定されます。これから、

$$\text{層せん断力 } Q_i = \sum M_i \cdot \{y''+y_o''\}, \quad \text{層間変位 } \Delta y_i = y_{i+1} - y_i$$

が算定されます。最大応答値として層せん断力係数、層間変形角の階方向分布を図4-4に示します。

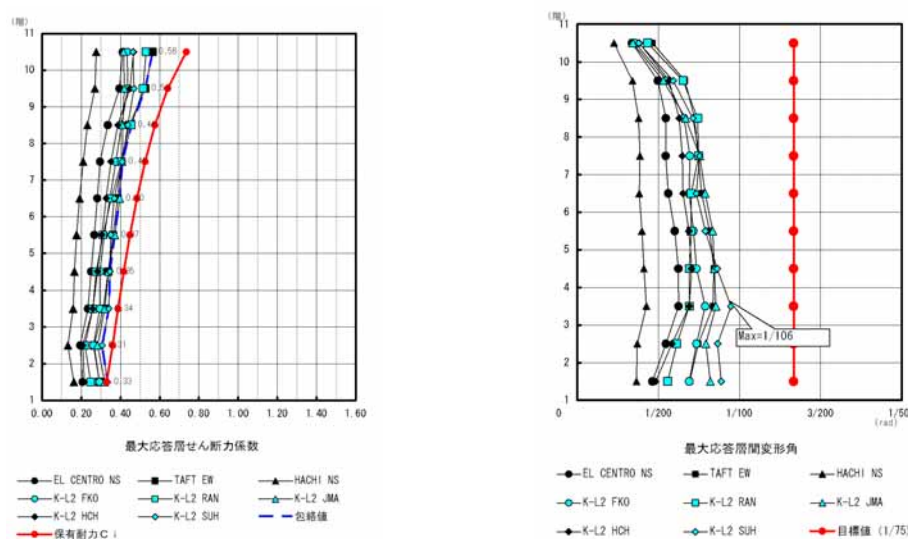


図4-4 層せん断力係数、層間変形角の最大応答値 (制震構造の例)

4-2. 応答スペクトル法

本来、応答スペクトル法とは、入力地震波をフーリエ解析によって、フーリエ・スペクトルと位相角に分解し、地震波のスペクトルに建物の伝達関数を掛けたものを応答スペクトルとして、位相データと組み合わせて逆フーリエ解析を行い応答波形を求める方法である。が、告示 (H12 建告 1461) にあるような加速度応答スペクトルを用いて建物の応答を求めるなど広義の意味で使われている。

例えば、3-1(6)節で1質点系モデルの“ランダムな地震に対する応答”を示した。
 応答変位 y は下式(3.22)で与えられた。

$$y = - \frac{1}{\omega_0^2} \sum |S_d(i\omega_n)| \cdot \alpha_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t + \phi_n - \psi_n) \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

$$|S_d(i\omega_n)| = \frac{1}{\sqrt{([1 - (\omega_n/\omega_0)^2]^2 + 4h^2 \cdot (\omega_n/\omega_0)^2)}} \quad \dots\dots\dots (3.23)$$

ここに、 ω_0 は建物の固有角振動数

この式は、「ランダムな地震動 (加速度) による変位 y は、振動数ごとに建物の伝達関数と加速度の振動数に対応する成分を掛けた値を一定の振動数領域で総和したものとなる。」ことを示していた。

これは、上記のフーリエ解析、逆解析に相当する。
 一方、2-4 節で地震動が加速度応答スペクトルでも与えられることを示している。表 2-4.1 を振動数で表すと表 4-1 となり、解放工学的基盤の加速度をスペクトル $S_a(\omega_n)$ として表すと、入力加速度スペクトルは、地盤の加速度増幅率 G_s を掛けて $G_s \cdot S_a(\omega_n)$ となる。

表 4-1 H12 建告 1461 による加速度応答スペクトルの振動数表示

周期 (秒)	加速度応答スペクトル (m/s^2)	
	稀に発生する地震動	極めて稀に発生する地震動
$T < 0.16 : \omega > 2\pi/0.16$	$(0.64+6T)Z = (0.64+12\pi/\omega)Z$	$(3.2+30T)Z = (0.64+12\pi/\omega)Z$
$0.16 \leq T < 0.64 : 2\pi/0.64 < \omega \leq 2\pi/0.16$	$1.6Z$	$8.0Z$
$0.64 \leq T : \omega \leq 2\pi/0.64$	$(1.024/T)Z = (1.024\omega/2\pi)Z$	$(5.12/T)Z = (5.12\omega/2\pi)Z$

この応答スペクトル法の考え方をを用いると(3.22)式から変位応答スペクトルを $y(\omega_n)$ とすると下式のように表現される。

$$\begin{aligned} y(\omega_n) &= \frac{G_s}{\omega_0^2} |S_d(\omega_n)| \cdot S_a(\omega_n) \\ &= |S_d(\omega_n)| \cdot S_d(\omega_0) \cdot G_s \quad \dots\dots\dots (4.5) \end{aligned}$$

この式は、入力地震波 (加速度) のフーリエスペクトル $S_a(\omega_n)$ または設計用の加速度応答スペクトル $S_a(\omega_n)$ を ω_0^2 で割った変位応答スペクトル値に伝達関数を掛けて建物の応答スペクトルを求めることができることを意味し、スペクトルのピークとなる振動数のとき最大変位となる。

このように応答スペクトル法にはいくつかの特徴がある

1. 加速度スペクトル S_a 、速度スペクトル S_v 、変位スペクトル S_d の関係は固有角振動数 ω で決まる。
2. 応答スペクトル法では大地震時などの非線形な構造変形を表現できない。線形領域のみ。

(S_a 、 S_v 、 S_d の関係)

上記 3.21 式、3.22 式で変位 y と加速度 y'' との間には 2 回微分の関係がある。

即ち、変位波形を $y = \sum D_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t + \phi_n) \quad (n=1 \rightarrow \infty)$

とすると、加速度波形は、

$$y'' = -\sum \omega_n^2 \cdot D_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t + \phi_n) \quad (n=1 \rightarrow \infty)$$

となり、3.21 式と比較すると

$$y'' = \sum \alpha_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t + \phi_n) \quad (n=1 \rightarrow \infty) \quad \dots\dots (3.21)$$

$$\alpha_n = \omega_n^2 \cdot D_n$$

よって、速度波形では $V_n = \omega_n \cdot D_n$ となる。各振動成分で成り立つ関係であれば、スペクトルにおいても成り立ち、応答変位スペクトル (S_d) を求めると、擬似速度スペクトル (S_v)、擬似加速度スペクトル (S_a) が求められます。

$$S_a = \omega^2 \cdot S_d, \quad S_v = \omega \cdot S_d \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

ここで、“擬似”と呼ぶのは、各周期が定常振動する仮定によるものからであろう。以下にその例を示す。

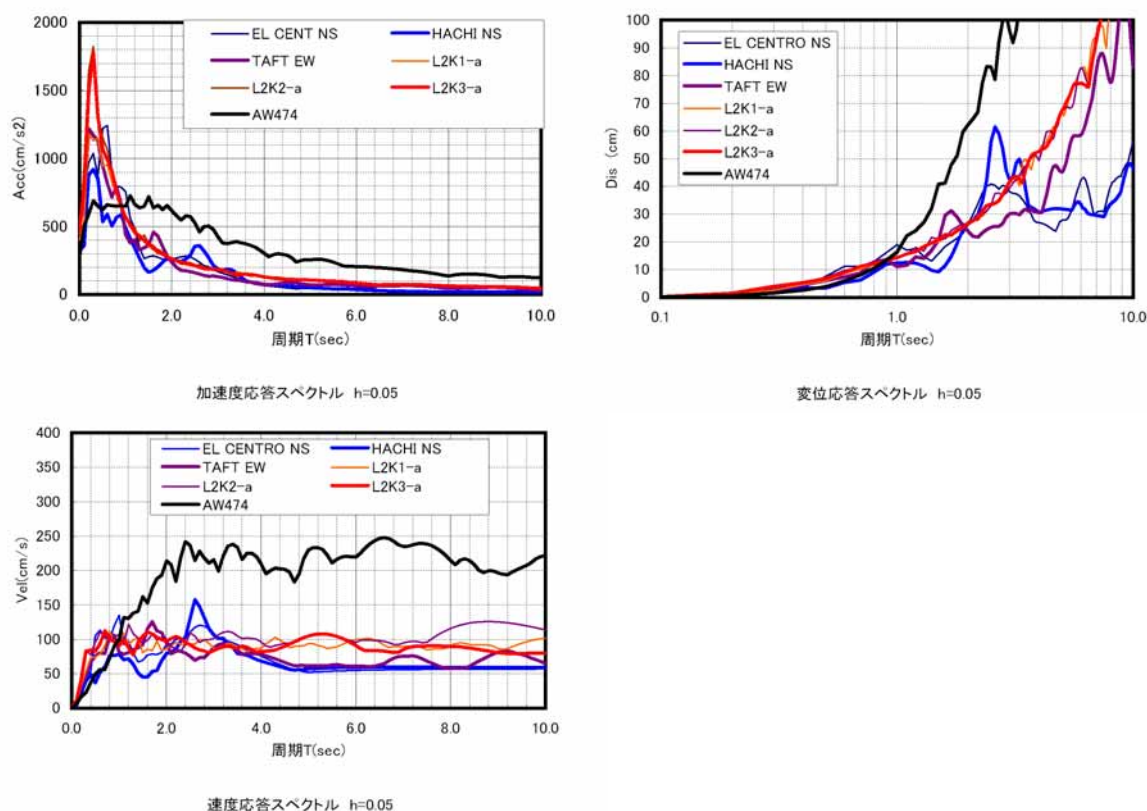


図 4-5 入力地震波 (極まれ地震波) 例の応答スペクトル ($h=0.05, (5\%)$) 例

このような関係がわかると、実設計には、以下のように利用される。

例えば、

1質点系モデルにおいて地震時の最大変形時のひずみエネルギーの最大値を $E_{\max}$ とすると

$$E_{\max} = 1/2 k \cdot y_{\max}^2 = 1/2 m \cdot (\omega_0 \cdot y_{\max})^2 = 1/2 m \cdot S_v^2 \cdots \cdots (4.7)$$

一方、応答最大せん断力 $Q_{\max}$ は、

$$Q_{\max} = k \cdot y_{\max} = k \cdot S_v / \omega_0 = m \cdot S_a$$

よって、応答最大層せん断力係数 $C_{\max}$ は、

$$C_{\max} = Q_{\max} / W = S_a / g, \quad W = mg \cdots \cdots (4.8)$$

となる。

このことは、多質点系も1質点で評価できるとすれば、1質点系の加速度応答値、即ち、加速度応答スペクトルが分かれば、応答最大層せん断力係数が近似できることを示している。

また、エネルギーを用いて設計する方法では、質量 m と 速度応答スペクトル S_v が分かれば、最大入力エネルギーを推定できることを意味している。

4-3. 限界耐力法

ここまでで、多質点系のモデルの応答が、固有値解析の結果得られる「固有振動数」、「固有モード」、「有効質量」、「刺激係数」を使って1質点系モデルの応答と同じ形の解が適用されることがわかった。

ここでは、この考え方を利用した限界耐力法の考え方を見てみます。

そもそも、限界耐力法とは、保有耐力状態を1次モードであると仮定して1質点系に模擬したモデルによって入力用の加速度応答スペクトルから応答層せん断力を求め、多質点系の水平地震力を算定する。

この水平力に対する層せん断力が保有耐力時の層せん断力より小さければ安全であるとする考え方である。即ち、2次設計時の必要保有耐力を限界状態(変位とせん断力)から算定しているともいえる。

また、応答スペクトル法では扱えなかった非線形な構造特性を扱った計算法に特徴がある。

以下に、主な手順を安全限界耐力の算定を例に見てみます。

①断面設計 - - - - - → ・各階の質量の算定 : m_i (ton) ($= w_i/g$, w_i ($\times 10^3$ kg))

・固有値解析、または1次設計時(損傷限界時)の変形

・刺激係数の算定 $\beta_1 = \frac{\{1\}^T [M] \{X_1\}}{[M] \{X_1\}^2}$

・有効質量の算定 $M_1 = \sum \beta_1 \{M\}^T \{X_1\}$

②保有耐力計算(荷重増分解析で崩壊、限界変形角 1/75 など)

・各階の保有層せん断力 $Q_{u,i}$ を求める。

③外力分布 $B_{s,i}$ の算定

$$B_{s,i} = p \cdot q \cdot (M_{us} / \sum m_{i,j}) \cdot b_{d,i} \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

ここに、 P : 階数と限界固有周期による補正係数、 q : 有効質量比(質量の補正係数)

・ $M_{us} = (\sum m_i \delta_{s,i})^2 / (\sum m_i \delta_{s,i}^2)$: 有効質量の算定

・ $b_{d,i} = 1 + (\sqrt{\alpha_i} - \sqrt{\alpha_i - \alpha_i^2 + \alpha_{i+1}^2}) [(2h(0.02 + 0.01\lambda) / (1 + 3h(0.02 + 0.01\lambda)) \cdot \sum m_i / m_i]$

この $b_{d,i}$ は A_i 分布に相当するが、減衰を考慮したものになっている。

$B_{s,i}$ は、 A_i 分布をモード分解し1次モードの外力分布を近似したものとなる。

④ 1次モードの外力の設定 $P_{s,i}$ の算定

各階の保有層せん断力 $Q_{u,i}$ から (1 次モードの) 1階の層せん断力係数 $q_{s,i}$ を算定し最小値を選定する

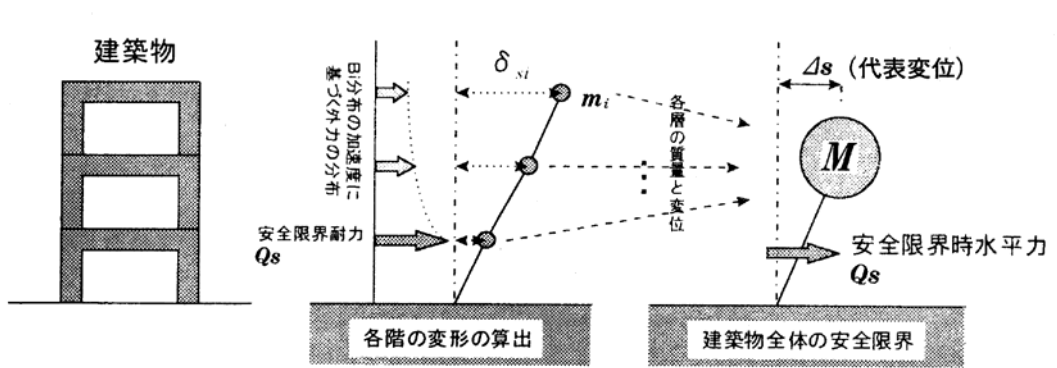
保有耐力時の1階層せん断力 Q_s

$$q_{s,i} = Q_{u,i} / [F_{e,i} (\sum B_{s,i} \cdot m_i / \sum B_{s,i} \cdot m_i) \sum m_i \cdot g] \rightarrow Q_s = \min[q_{s,i}] \times \sum m_i \cdot g$$

1次モードで各階に分散する外力 $P_{s,i}$ を求める。

$$P_{s,i} = (B_{s,i} \cdot m_i / \sum B_{s,i} \cdot m_i) Q_s \quad \dots\dots (4.10)$$

この式は、限界耐力時の総せん断力 Q_s を1次モード比で各階に分割することをしめす。



出典：2007 年版 建築物の構造関係技術基準解説書 P421

⑤ 上記の各階水平荷重 $P_{s,i}$ で荷重増分解析

・各階変位 $\{\delta_i\}$ を1次モード変位とする

・有効質量 M_{us} の再計算, 代表変位 Δs をもとめる。

・代表変位 Δs は、 $\{1\} = \beta_1 \{X_{i,1}\} + \beta_2 \{X_{i,2}\} + \beta_3 \{X_{i,3}\} + \dots\dots$

の1次のみから設定されている。 $\{X_{i,1}\} = \{1\} / \beta_1 = \sum m_i \cdot X_i^2 / \sum m_i \cdot X_i$

$$\text{代表変位 } \Delta s = \sum m_i \cdot \delta_{si}^2 / \sum m_i \cdot \delta_{si} \quad \dots\dots (4.11)$$

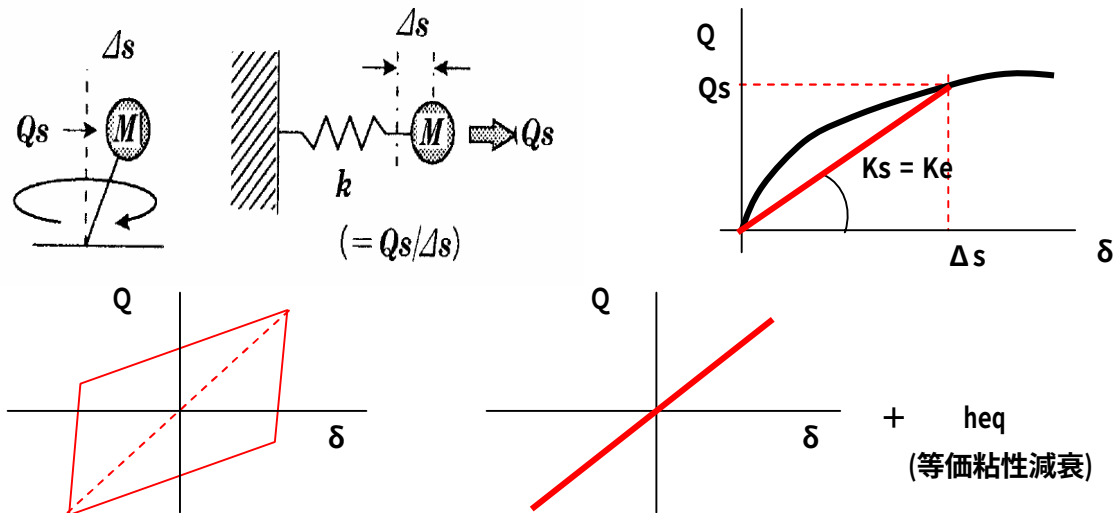
ここで、多質点系は、1次の質量と変形が取り出されたが、「縮約」ではないことに注意される。

⑥ 限界固有周期 $T_s = 2\pi \sqrt{(M_{us} \cdot \Delta s / Q_s)}$

限界状態の1質点系の変位 Δs とせん断力 Q_s から $K_s = Q_s / \Delta s$ とすると

$$T_s = 2\pi \sqrt{(M_{us} / K_s)} \quad \dots\dots (4.12)$$

となるが、限界状態の K_s は、一般に非線形な変位領域であり、等価剛性 K_e を意味している。



動的解析では、フレームの履歴ループから対角線を等価剛性 K_e とし、履歴面積をエネルギー吸収性能として等価粘性減衰定数 $heq = \Delta W / (\pi W)$ などで近似する。ここに ΔW : 全履歴面積、 $W = (1/2)K_e \cdot \Delta s^2$ の弾性エネルギーを意味する。

⑦ 入力地震加速度 $S_a'(T_s)$ の算定

・1質点とした系の固有周期を $T = 2\pi\sqrt{(M/K)}$ を求める。これを限界固有周期という。

$$T_s = 2\pi\sqrt{(M \cdot \Delta s / Q_s)} \quad , \quad K_s = Q_s / \Delta s \quad \dots\dots (4.13)$$

・入力加速度スペクトル $S_a(T)$ を準備する。

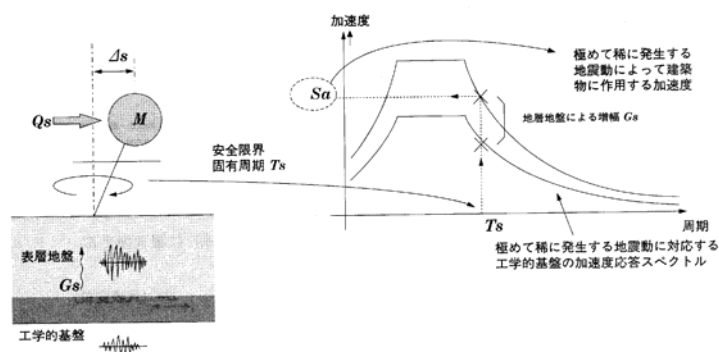
ここでは、工学的基盤の加速度応答スペクトルは告示H12建告1461 $S_o(T)$ を利用する。

・計画地の地盤データから加速度増幅率 G_s を算定。

$$S_a(T) = G_s \cdot S_o(T) \quad \dots\dots (4.14)$$

$$\text{応答加速度 } T = T_s \quad S_a'(T_s) = F_h \cdot S_a(T_s) \quad \dots\dots (4.15)$$

ここに、 $F_h = 1.5 / (1 + 10h)$ で算定された建物の塑性化の程度によるエネルギー吸収による減衰効果で“加速度低減率”というもの。 下図出典：2007年版 建築物の構造関係技術基準解説書 P422



⑧ 入力地震動によるせん断力 Q_s' の算定

$$\text{入力加速度による層せん断力 } Q_s' = M_{us} \cdot S_a'(T_s) \quad \dots\dots (4.16)$$

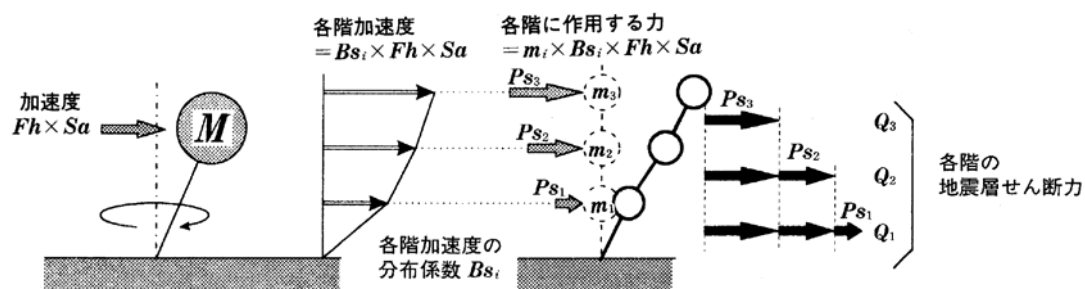
設計確認 : $Q_s > Q_s'$

⑨ 各階の水平力は $P_{s,i}$ の算定

$$P_{s,i} = m_{s,i} \cdot B_{s,i} \cdot S_a'(T_s) \quad \dots\dots (4.17)$$

ここに、 $B_{s,i}$ は、 A_i 分布をモード分解し1次モードの外力分布を近似したものです。

$$\text{設計確認 : } Q_i > Q_i' = \sum P_{s,i} \quad (i = 1 + N)$$



出典：2007年版 建築物の構造関係技術基準解説書 P423

このような過程で発生する地震応答せん断と保有せん断耐力の大小判定で設計がなされるこの計算を見ると、多質点系を1質点系にする考え方が以下の点に取り入られていることが解る。

- ・有効質量 M_{us} : 1次モードの質量成分
- ・代表変位 Δs : 1次モードの質量成分の変位
- ・ $B_{s,i}$: A_i 分布の1次モード成分
- ・等価剛性 K_e : 非線形状態の線形化 減衰評価は F_h で代用

このように、理論的には整然としているが、“省略”、“仮定”が多く、背景を考慮した利用が必要であることがわかる。

4-4. エネルギー法

ここでは、最も理解しやすい免震構造におけるエネルギー法を見てみます。基本的には、まず1質点系において多くの地震動の応答スペクトルから地盤種別をパラメーターとして入力エネルギーを定量化し、そのエネルギーを免震部材で吸収するとした仮定で免震層の最大変位と層せん断力係数を求めるものです。上部構造の応答はA_i分布で算定している。

(1) エネルギーの釣り合い

エネルギーの釣り合いは、

$$W_e(t) + W_p(t) = E(t)$$

ここに、 $W_e(t)$: 積層ゴムの弾性歪エネルギー

$W_p(t)$: ダンパーの吸収エネルギー

$E(t)$: 地震による入力エネルギー

となる。また、積層ゴムは弾性、ダンパーは完全弾塑性とすると、最大変形時の吸収エネルギーは

$$W_e(t) = 1/2 K_f \delta^2 \max$$

K_f : 積層ゴムの水平剛性、 $\delta \max$: 最大変形

$$W_p(t) = s Q_y \cdot s \delta p$$

$s Q_y$: ダンパー降伏せん断力、 $s \delta p$: 累積塑性変形量

$$s \delta p = \chi \cdot \delta \max \quad \chi = 8 \text{ (統計的平均値)}$$

$$E(t) = 1/2 M V_e^2$$

V_e : 1次固有周期 T の構造物への総入力エネルギーの速度換算値

第2種地盤の場合 : $V_e = 150 \text{ (cm/s)}$, $T > 0.75 \text{ sec}$

よって、

$$K_f \delta^2 \max + s Q_y \cdot \chi \cdot \delta \max - M V_e^2 = 0$$

ここで、 $s Q_y = \alpha_s \cdot M g$ ----→ ダンパー降伏せん断力係数: $\alpha_s = s Q_y / M g$

$T_f = 2 \pi \sqrt{M / K_f}$: 積層ゴムのみの水平剛性

$$\delta \max = \chi \cdot g \cdot \alpha_s \cdot T_f^2 [-1 + \sqrt{(2 \pi V_e / (\chi \cdot g \cdot \alpha_s \cdot T_f))^2 + 1}] / (4 \pi^2)$$

$$K_f \cdot \delta \max = \alpha_f \cdot M g$$

----→ 積層ゴムのせん断力係数: $\alpha_f = K_f \cdot \delta \max / M g$

したがって

$$\text{免震層のせん断力係数 } \alpha_1 = \alpha_f + \alpha_s$$

設計では、この α_1 を1層とした $N+1$ 階建物のA_i分布から上階の層せん断力係数を算定する。

上記の関係を設計パラメータのグラフとして表示するとそれぞれの相互関係を見ることができる。
そのグラフを下表のデータ例で示す。

地盤種別 等価速度 V_e	2 150 (cm/s)	設計条件	免震建物の周期	$T_f =$	5.34 (sec)
			ダンパーの降伏せん断力係数	$\alpha_s =$	0.032
		算定値	免震層最大変位	$\delta_{max} =$	40.0 (cm)
			ベースシア係数	$\alpha_1 =$	0.089
		最小値	免震層最大変位	$\delta_{op} =$	32.9 (cm)
			ベースシア係数	$\alpha_{1,min} =$	0.087
			最適ダンパーせん断力係数	$\alpha_{s,op} =$	0.041

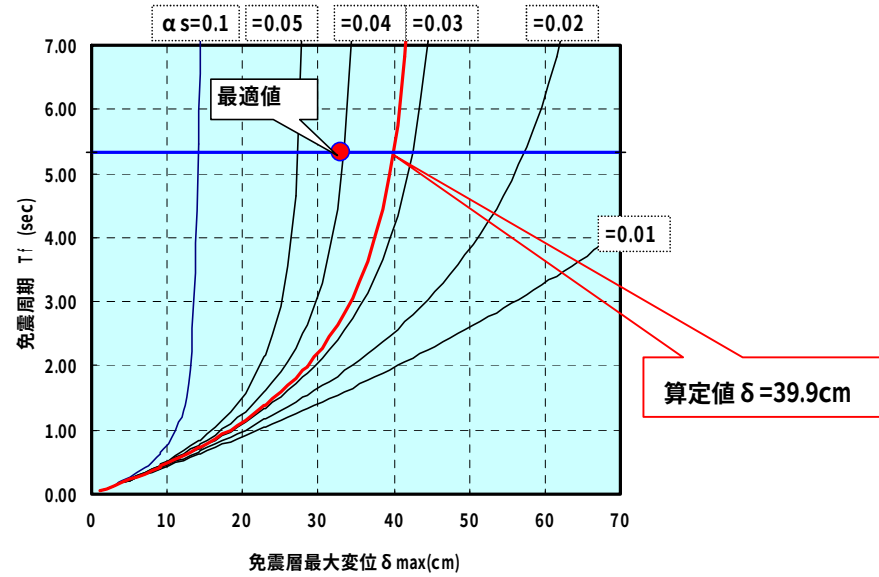


図 4-5.1 免震層の最大変位と免震周期 T_f の関係

ここに、最適値とは、免震層の α_1 が最小になる α_s の状態を示す。

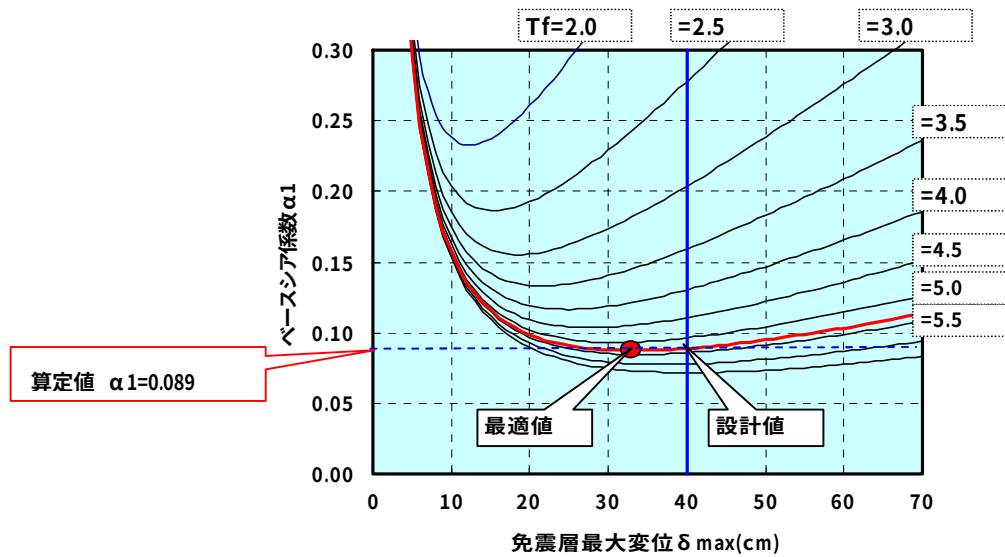


図 4-4.2 免震層の最大変位と免震層のベースシア係数 α_1 の関係

第5話 減衰性能のモデル化

前節の振動解析モデルの要素の中で最も不明確な要素が減衰要素である。一般に構造物に關与する減衰には、以下のようなものがある。

- ① 内部摩擦減衰 : 材料分子の摩擦によるもので歪み速度に比例する。
- ② 外部摩擦減衰 : 空気、水などの媒体との摩擦によるもので速度に比例、べき乗に比例する。
- ③ すべり摩擦 : 継ぎ手、支点などにおけるクーロン摩擦による。
- ④ 塑性履歴減衰 : 材料の降伏による履歴ループのエネルギー吸収による。
- ⑤ 地盤逸散減衰 : 半無限弾性地盤上の構造物の振動エネルギーが地盤に伝わり無限遠に逸散振動として伝わり減衰する。

ここでは、①、④、⑤について見てみる。

質量や剛性は、資料材料の物性と形状が決まると一定のルールで算定される。ところが、特に構造減衰とよばれる減衰は、構造部材の材質や形状に加えて相互の構成や歪み量(層間変形)などによっても大きくことなる。経験的かつ慣習的には、等価粘性減衰定数 h という係数で表現してRC構造で3%~5% ($h = 0.03 \sim 0.05$)、S造で1%~3% ($h = 0.01 \sim 0.03$) が設計者判断で採用されている。この減衰定数 h は、基本の定義は振動現象を生じるかどうかの限界の減衰である臨界減衰係数 C_c に対する保有減衰係数 C の比を意味している。

$$h = C / C_c \quad C_c = 2 \sqrt{m \cdot k}$$

即ち、振動のし難さを表すパラメータともいえる。また、臨界減衰係数 C_c の定義式を見ると、

大きな建物 (m が大きい) で水平剛性 k が

- ・多きければ、 C_c は大きくなり、減衰の効果が出にくい。
- ・小さければ、 C_c は小さくなり、減衰の効果が出やすい。

ことが推測される。実はこれが制振の設計の基本となる。

また、 $C_c = 2 \sqrt{m \cdot k}$ を h の定義式に代入すると

$$h = C / (2m \omega_0)$$

となり、1質点系の運動方程式の表現につながる。

$$X'' + 2h \omega_0 m X' + \omega_0^2 X = -y'' m$$

ここでは、この減衰定数 h がどのようにして実解析の中で扱われているかを見てみます。

5-1. 建築構造物が持つ減衰

建築物には、減衰を与える機構や要素が各所にある。例えば

- ①柱や梁部材が大きく変形を生じた場合の部材内部に生じるひずみ履歴による減衰
- ②直接基礎構造の場合、耐圧版と地盤が接触する部分に生じる圧縮ひずみによる逸散減衰
- ③地下外壁と地盤が接する面に生じる摩擦による減衰
- ④カーテンウォールなど、2次部材と主フレームと、または2次部材同士の接触摩擦による減衰
- ⑤制振ダンパーなど明確に減衰機能を有する部材による減衰
- ⑥固有周期の異なる複数建物を連結することによる抑制力による減衰

この中で一般に評価されているのが①と⑤で、その特徴は以下のようになれる。

- ①は、RC、Sなど構造種別で慣習的に定義されている等価粘性減衰定数 h
- ②は、各ダンパーの履歴特性を定常加振試験により明らかにし、履歴ループを数式でモデル化することで利用可能としたもの。

近年は、大規模な地震が多発しその被害を見る基礎の埋め込みが被害を低減している傾向が見られます。その原因の究明が進んでいますが、予想以上に基礎と地盤の相互作用による減衰効果が大きいといわれています。参照「建物と地盤の動的相互作用の簡易計算法」2011.1 日本建築学会

この効果は、告示1461にある加速度応答スペクトルなどに見られる $h = 5\%$ もそうで、先人達が経験的に使用してきた。

5-2. 等価粘性減衰

構造モデルで用いられる減衰要素に等価粘性減衰定数 h_e がある。ある層の水平変形と抵抗を履歴ループで表現した場合、 h_e は下式となる。

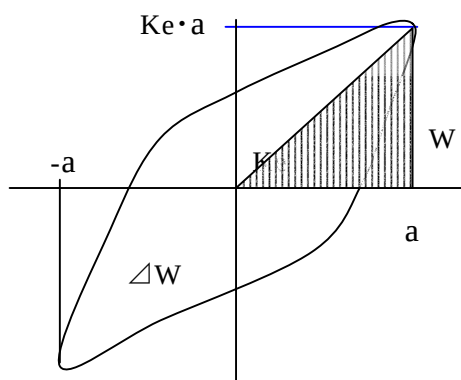


図 5-2.1 履歴ループ

$$h_e = (\Delta W / W_e) / 4\pi \quad \text{----- (5.1)}$$

ここに、 ΔW : 履歴ループの1サイクル面積 (消費エネルギー)

W_e : 等価ポテンシャルエネルギー = $1/2 Ke \cdot a^2$

ここで、 $\Delta W / W_e$ はエネルギー消費率を意味する。

等価ポテンシャルエネルギーは蓄えられると運動を続けるためのエネルギーとなるが、 W_e はそのたび熱などに変換され消費される。この (5-1) 式はどのようなことを意味するか減衰のある自由振動モデルで見えます。

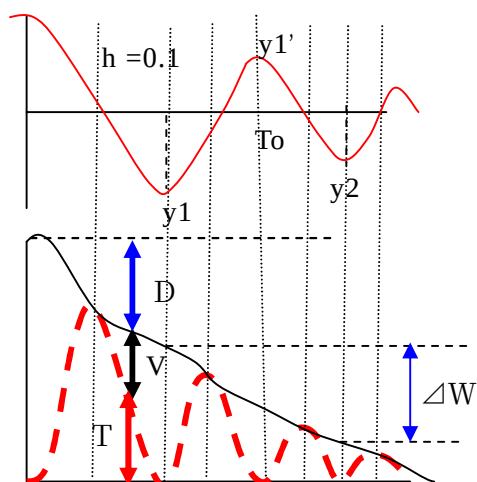


図 5-2.2 振幅の減衰過程

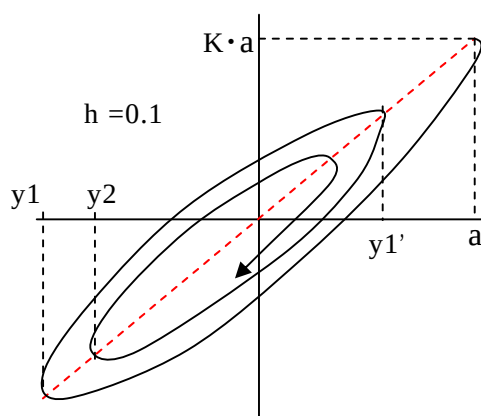


図 5-2.3 履歴ループの減衰過程

図 5-2.2 は振幅の減衰過程をあらわし、各記号は以下の意味をさす。

$E = T + V$: 振動エネルギー

$T = 1/2 m \cdot \dot{y}^2$: 運動エネルギー

$V = W = 1/2 k \cdot y^2$: ポテンシャルエネルギー (歪みエネルギー)

$D = \Delta W$: 減衰のなした仕事 (消費エネルギー)

ここで、変位が y_1 から y_2 に減衰した時の減衰のなした仕事 ΔW は

$$\Delta W = 1/2 k \cdot y_1^2 - 1/2 k \cdot y_2^2$$

となり、ポテンシャルエネルギーWは、 y_1 から y_2 の中間の y_1' を平均値として

$$\Delta W / W = (1/2 k \cdot y_1^2 - 1/2 k \cdot y_2^2) / (1/2 k y_1'^2) = (y_1/y_1')^2 - (y_2/y_1')^2$$

となり、減衰自由振動の場合 $y = e^{-h \omega t} (a \cdot \cos \sqrt{(1-h^2)} \omega t + b \cdot \sin \sqrt{(1-h^2)} \omega t) \dots\dots\dots (3.13)$

の関係から

$$\Delta W / W = e^{h \omega t} - e^{-h \omega t} = 4 \pi h e \dots\dots\dots (5.2)$$

となる。

次に、この等価粘性減衰定数 $h e$ に対応する減衰係数 C を等価粘性減衰係数 C_e と呼び、その関係を見えます。履歴ループの面積がすべて減衰によるエネルギー消費であるとし、図5-2.4 に1サイクル履歴ループを考える。減衰抵抗 Q_c が速度 v に比例するとすると、

$$Q_c = C_e \cdot V = C_e \cdot \omega_0 \cdot a$$

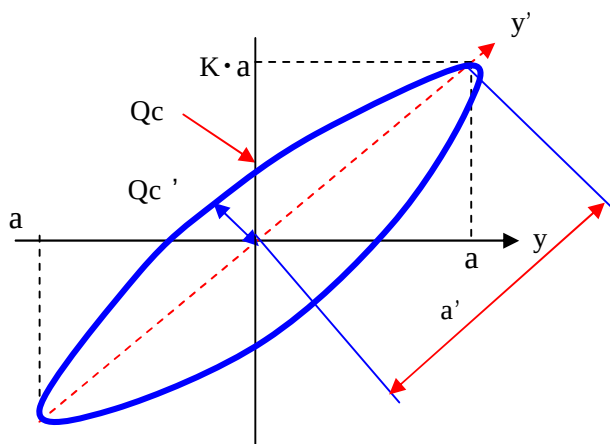


図 5-2.4 1サイクル履歴ループ

ここで、水平 y 軸上の値 Q_c 、 a を y 軸を θ 回転すると y' 軸上の値として、

$$Q_c' = Q_c \cdot \cos \theta, \quad a' = a / \cos \theta$$

となる。この y' 軸上での楕円形の面積 ΔW は

$$\Delta W = \pi \cdot Q_c' \cdot a' = \pi \cdot Q_c \cdot a$$

となり、 $\Delta W = \pi \cdot C_e \cdot \omega_0 \cdot a^2$

$$W = 1/2 k \cdot a^2$$

さらに、 $\omega_0 = \sqrt{(K/m)}$

$\rightarrow k = \omega_0^2 \cdot m$ の関係を用いると

$$\Delta W / W = \pi \cdot C_e \cdot \omega_0 \cdot a^2 / 1/2 k \cdot a^2 = 2 \pi \cdot C_e \cdot \omega_0 / k = 2 \pi \cdot C_e / (\omega_0 \cdot m)$$

よって、

$$4 \pi h e = 2 \pi \cdot C_e / (\omega_0 \cdot m)$$

$$C_e = 2 h e \cdot \omega_0 \cdot m$$

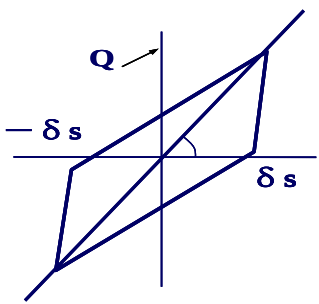
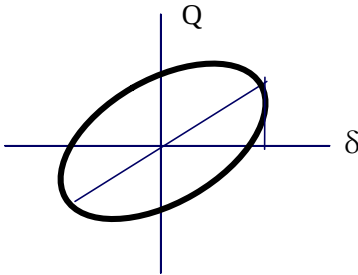
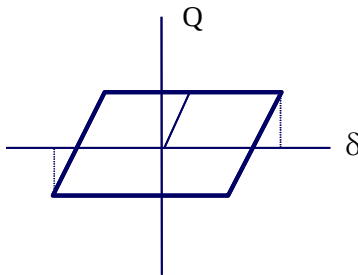
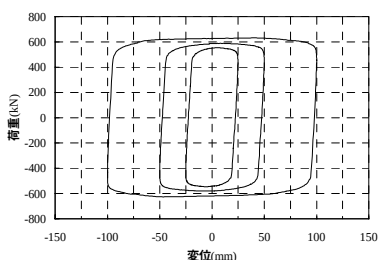
となり、等価減衰定数 $h e$ は、質量 m と固有周期 ω_0 がきまれば、等価減衰係数 C_e でも決定できることになる。いづれにしろ、等価減衰定数 $h e$ を用いれば履歴エネルギーを代用できることが示されている。

5-3. 付加減衰 (制振装置)

ここまでフレームに伴う減衰を見てきました。ここでは、フレームとは別に追加される減衰要素 (制震装置)、付加減衰について見てみます。

制振装置は主に鋼材系、流体系、粘性系、粘弾性系、摩擦系のものがあります。それらの履歴ループは概ね以下のような形状を示す。これらは、フレームの減衰ループと類似しており、消費エネルギー ΔW はその面積から算定される。しかし、ポテンシャルエネルギー W の設定では建物の剛性 K とは無関係であることから減衰定数 h の設定方法が異なる。

表 5-1. 代表的減衰要素の履歴ループ

鋼材系減衰要素 (低降伏点鋼など) 	粘性系、粘弾性系減衰要素 (制震壁など) 
摩擦系減衰要素 (摩擦ダンパー) 	流体系減衰要素 (オイルダンパーなど) $F = \alpha \times V^{\beta} \quad 0.1 \leq \beta \leq 1.0$ 

一般には、以下の2つの方法が使われている。

方法1: 制振装置の性能試験の結果から一定の変形 (Ex. 最大応答層間変位) に対して消費エネルギー ΔW を求める。一方、建物の一定の変形時のポテンシャルエネルギー W を算定し、減衰定数 h を同様に算定する。

$$h = (\Delta W / W) / 4\pi$$

方法2: 制振装置の性能試験によって減衰係数 C を明らかにし、時刻歴解析を用いて運動方程式の $C \cdot \dot{y}$ の項に代入し、応答計算を行う方法。

この方法では消費エネルギー ΔW を計算する必要はない。また、建物のポテンシャルエネルギー W を算定する必要もない。

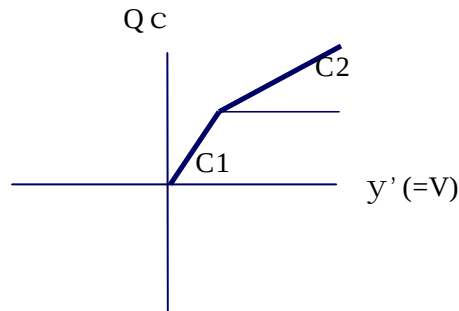
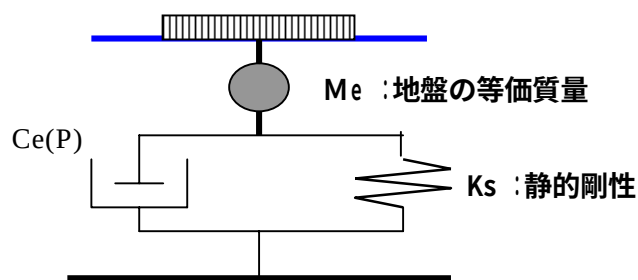


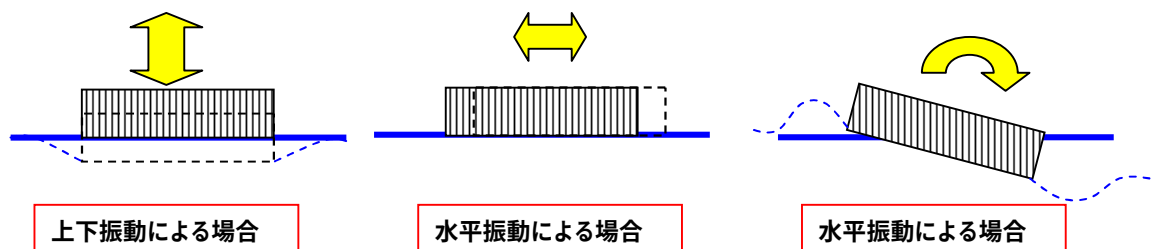
図 5-3.1 制振装置の減衰係数カーブの例

5-4. 地下逸散減衰

この逸散減衰は、構造物の振動エネルギーが半無限地盤に伝わることで生じる減衰である。地盤の剛性によっても大きさは異なるが、弾性、非弾性に関係なく生じる。振動モデルは図 5-4.1 をイメージしている。



減衰の種類は、地盤に与える変形モードで与えられている。なお、ここでは誘導はやや難しいため円形基礎による実用式を以下に示す。



$$C_{ev} = \rho \cdot V_p \cdot A$$

$$C_{eh} = \rho \cdot V_s \cdot A$$

$$C_{er} = \rho \cdot V_p \cdot I$$

ここに、 $K_s = \alpha \cdot G \cdot r$ 、 α :ポアッソン比、 r :基礎等価半径、 I :基礎面の2次モーメント
一般に工学的には、地盤の等価質量 M_e と回転による減衰 C_{er} は小さいため省略されている。

第6話 S造 10 階建て事務所ビルの解析モデル化による地震応答変化

ここでは、鉄骨造地上 10 階塔屋 2 階の振動解析モデルを用いて時刻歴地震応答解析を行う。そのモデルに対し、以下の条件を変化させて応答変化を見てみた。

条件1. 基礎固定、線形フレームの串団子モデル (A) とする。

条件2. 基礎固定、断塑性フレームの串団子モデル (B) とする。

条件3. 基礎構造をスウェー・ロッキングバネで評価した地盤連成モデル (C) とする。

条件4. モデル (B) に制振ダンパーを付加した制振構造モデル (D) とする。

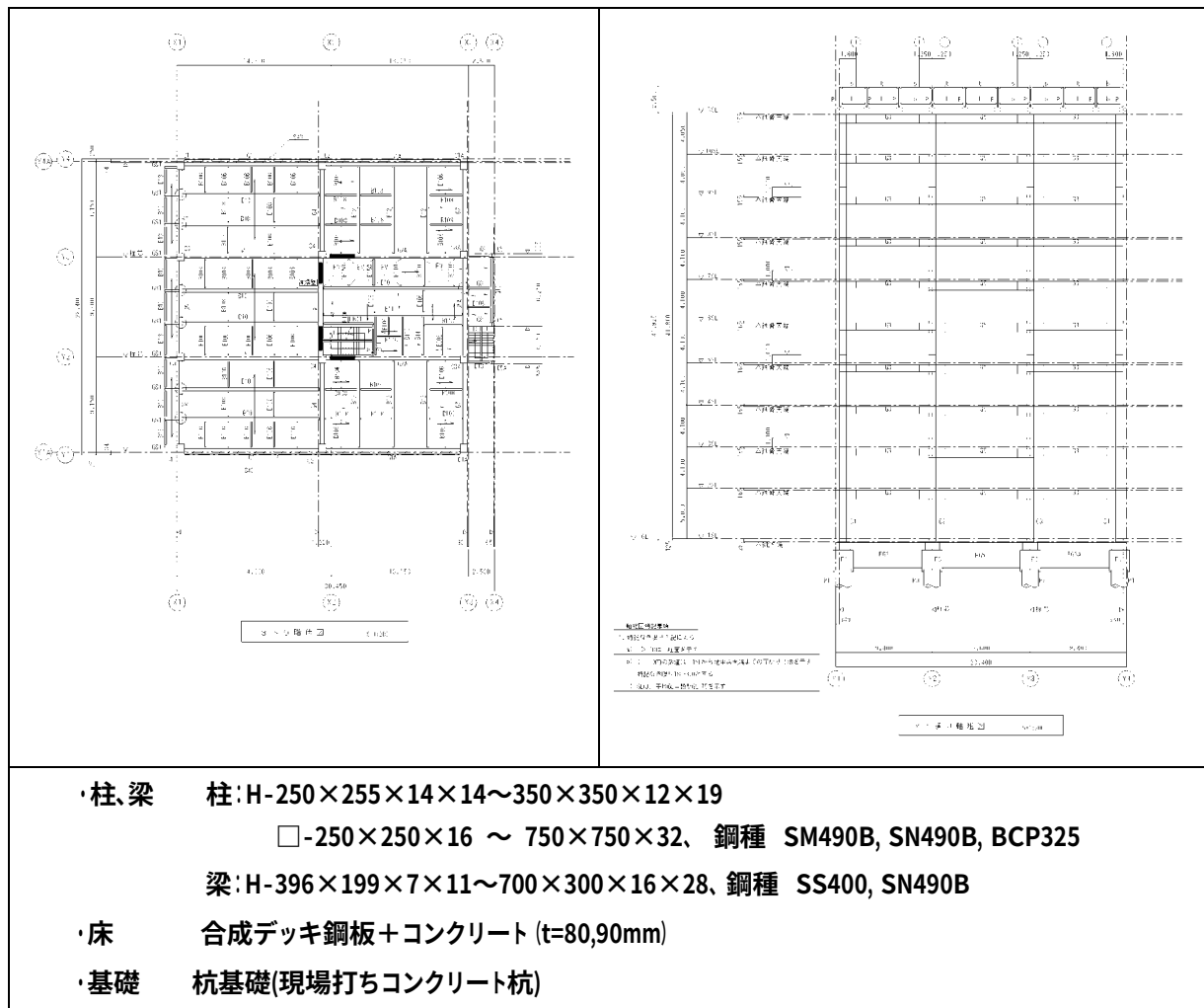
条件5. モデル (B) に免震層を設けた免震構造モデル (F) とする。

なお、ここでは串団子モデル (B) を基本モデルとする。

6-1. 基本解析モデル

ここでは、上記の串団子モデル (B) を基本モデルとし、建物概要図、その諸元を示す。

(1) 建物構造概要



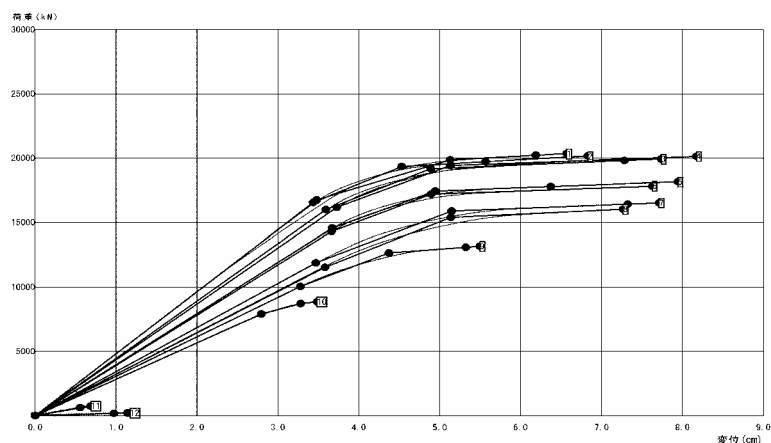
(2) 重量と剛性

表 6-1.1 モデルの諸元

	重量(kN)	階高 (cm)	Ki (X) (kN/cm)
PH2	105	264	189
PH1	259	153	1120
10 階	8020	405	2830
9 階	5561	405	3037
8 階	5598	410	3224
7 階	5610	410	3433
6 階	5833	410	3979
5 階	5882	410	3973
4 階	5889	410	4334
3 階	5913	410	4466
2 階	5941	410	4820
1 階	7337	571	4821

表 6-1.2 X方向 スケルトンカーブ諸元

階	K1 (kN/cm)	Q1 (kN)	K2 (kN/cm)	$\alpha 1$ (K2/K1)	Q2 (kN)	K3 (kN/cm)	$\alpha 2$ (K3/K1)
	189	183.5	-	-	-	-	-
	1120	622.0	-	-	-	-	-
10	2830	7157.3	2430.5	0.809	7873.5	1947.8	0.648
9	3037	9703.9	1973.4	0.649	10561.0	1280.5	0.421
8	3224	10722.2	2623.6	0.829	12561.4	799.3	0.252
7	3433	13211.4	2426.5	0.686	14501.1	573.7	0.162
6	3979	14804.9	2207.4	0.554	16226.6	445.4	0.112
5	3973	14591.0	2886.1	0.694	17378.5	439.6	0.105
4	4334	16229.1	1813.6	0.418	18620.3	389.2	0.089
3	4466	16455.3	2120.5	0.463	19524.1	389.8	0.085
2	4820	17101.0	2107.5	0.431	20515.2	372.8	0.076
1	4821	17637.4	2338.0	0.472	21272.7	393.5	0.079



(3) 固有値

・固定モデルは、1 階床を固定とした 12 質点モデルとする。

表 6-1.3 固有周期一覧表

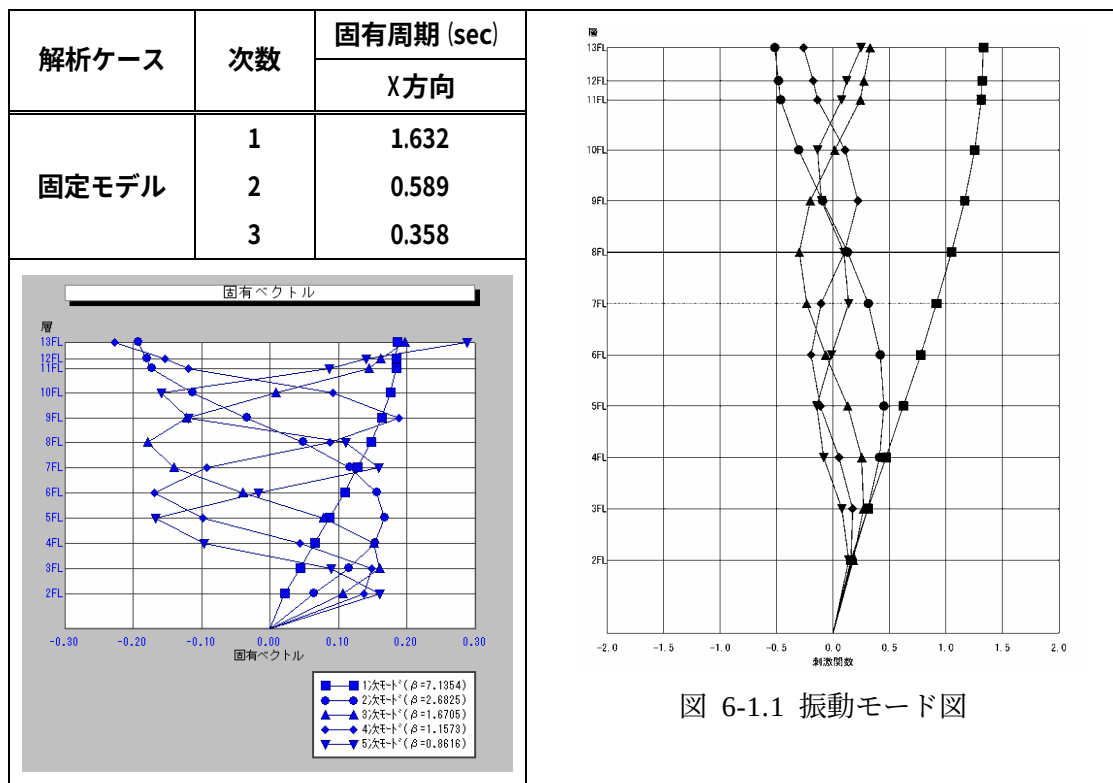


図 6-1.1 振動モード図

(4) 入力地震動

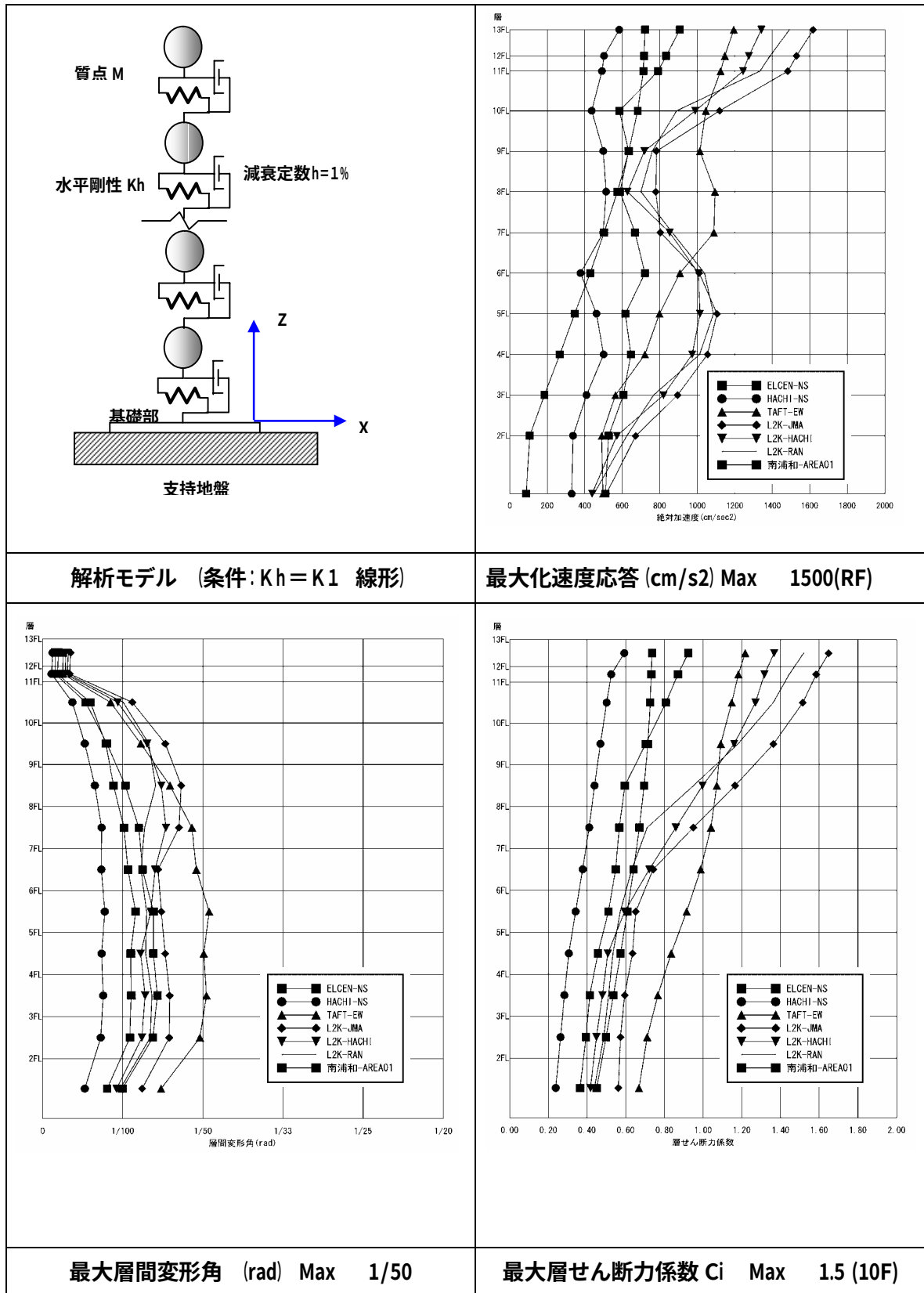
入力地震動は、標準的な観測地震動(EL CENTRO 1940NS, TAFT 1952EW, HACHINOHE 1968NS)3 波と告示波3 波、国交省提案の長周期地震 (南浦和地域の模擬波) 1 波とする。レベル1として最大速度を 25cm/s に、レベル 2 として最大速度を 50cm/s に基準化したものとする。

表 6-1.4 入力地震動一覧

地震動	略 称	継続時間(秒)	入力最大加速度(cm/s ²)
EL CENTRO 1940 NS	L2 EL CENTRO	50	510 (50)
TAFT 1952 EW	L2 TAFT	50	496 (50)
HACHINOHE 1968 NS	L2 HACHI	35	330 (50)
告示波 (乱數位相)	L2 L2K-RAN2	120	449
告示波 (神戸位相)	L2 L2K-JMA	120	514
告示波 (八戸位相)	L2 L2K-HCHI	120	438
長周期波 (南浦和地域)	- AREA01	120	87

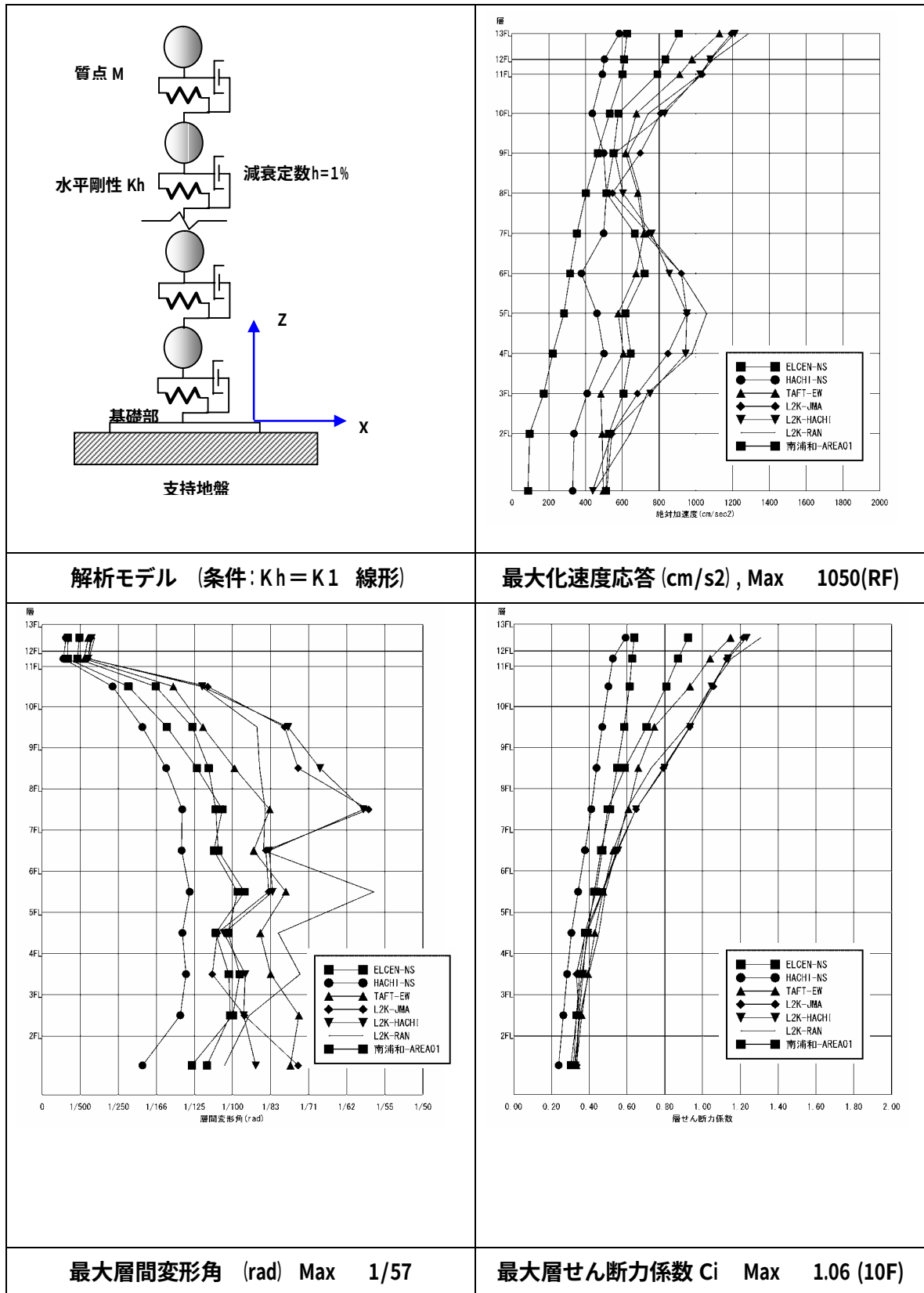
6-2. 基礎固定、線形フレームの串団子モデル (A) による応答

ここでは、上記の基本モデルにおいて各層の水平剛性 K_h を弾性とした場合の応答シミュレーションを試みる。



6-3. 基礎固定、断塑性フレームの串団子モデル (B) による応答

ここでは、基本モデルで各層の水平剛性 K_h を弾塑性域まで考慮した場合の応答シミュレーションを試みる。



6-4. 基礎構造をスウェイ・ロッキングばねで評価した地盤連成モデル (C) による応答

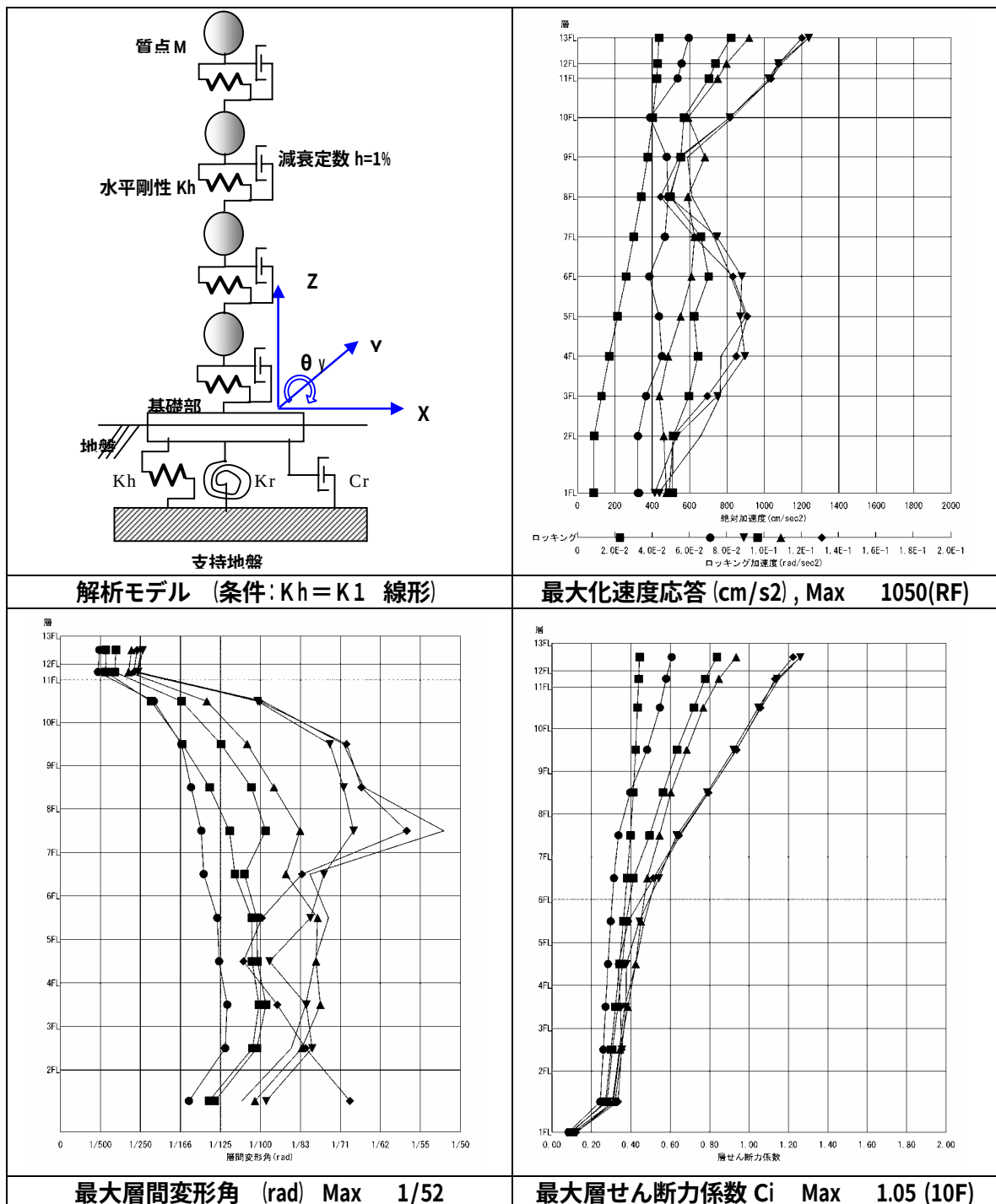
ここでは、上記の基本モデルにおいて地盤のばね要素をスウェイ・ロッキングばねと評価した地盤連成モデルによる応答シミュレーションを試みる。支持地盤は関東ローム層を想定した。

スウェイばね : $K_h = 2\pi \cdot G \cdot r / (2 - \nu) = 2 \times 3.141 \times 6530 \times 30 / (2 - 0.3) = 724000 \text{ (kN/m)} = 7240 \text{ (kN/cm)}$

ロッキングばね : $K_r = \pi \cdot G \cdot r^3 / 2 / (1 - \nu) = 3.141 \times 6530 \times 30^3 / (2 \times (1 - 0.3)) = 395.6 \times 10^6 \text{ (kNm/rad)}$

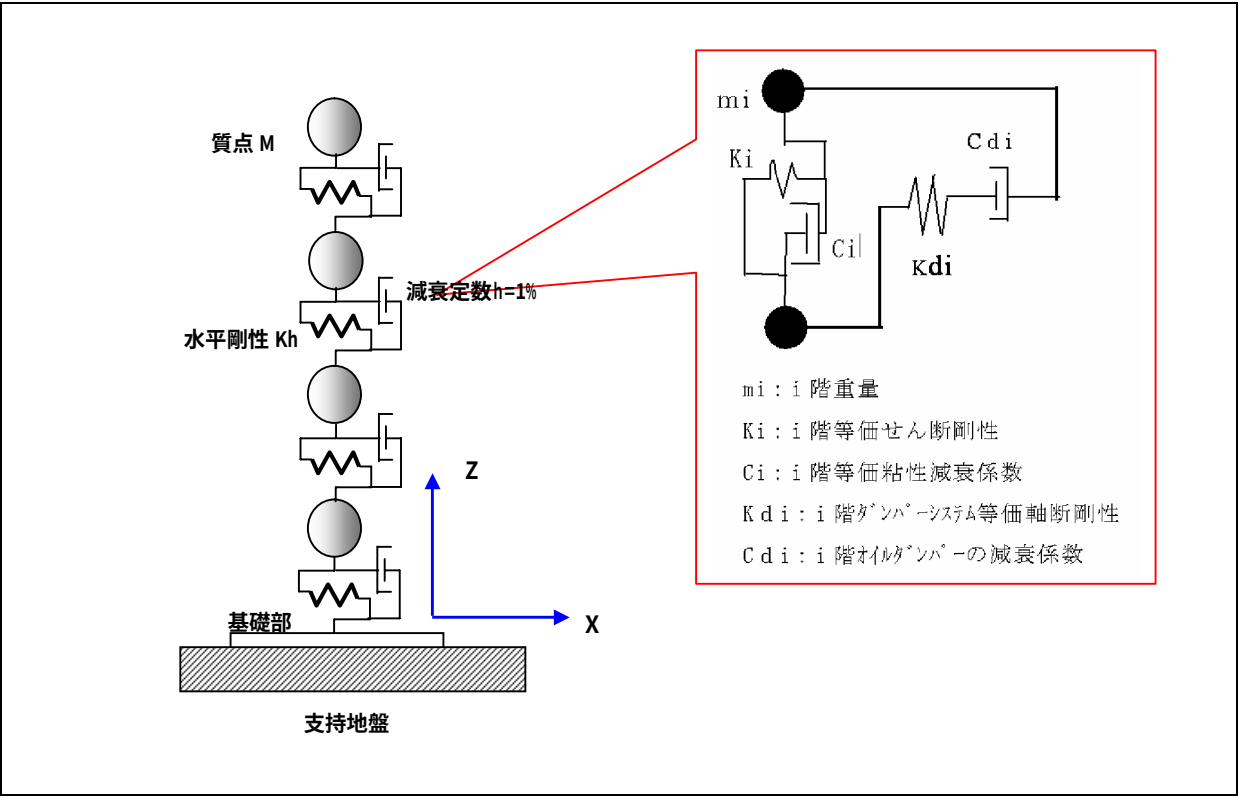
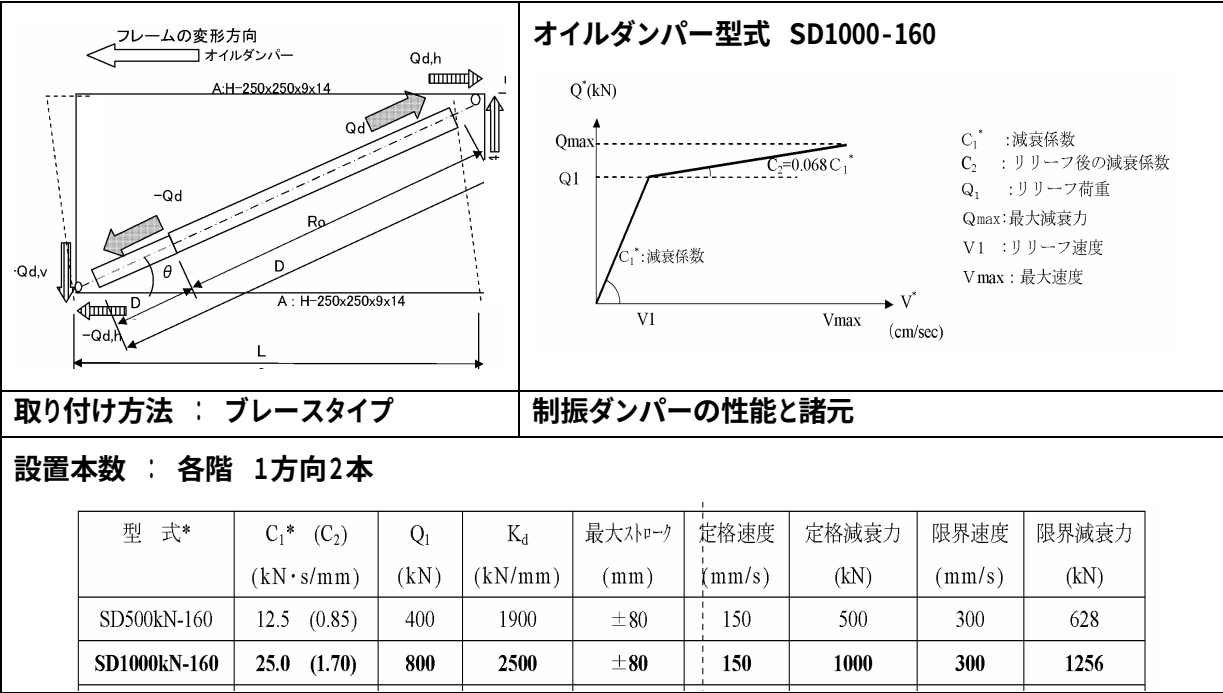
スウェイ減衰係数 $C_h = \Gamma_2 \cdot \rho \cdot V_s \cdot \pi r^2 / (2 - \nu) = 0.9 \times 1.6 \times 200 \times 3.141 \times 30^2 / (2 - 0.3) = 4790 \text{ (kN/(cm/s))}$

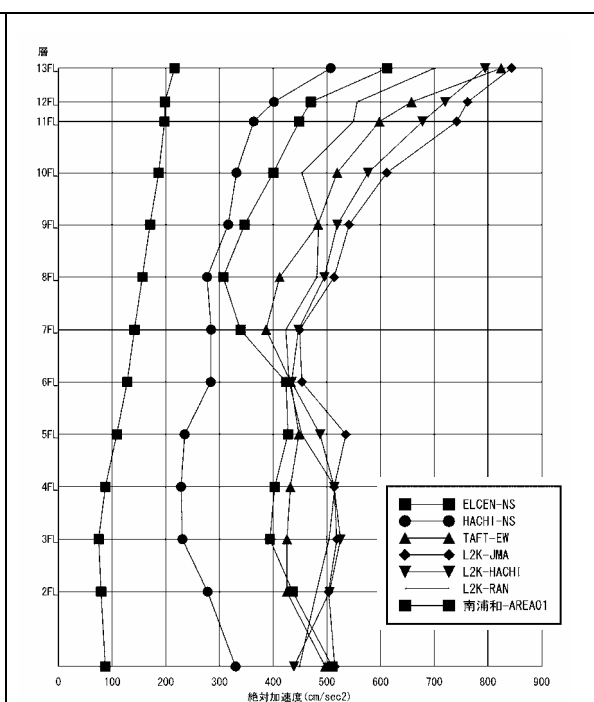
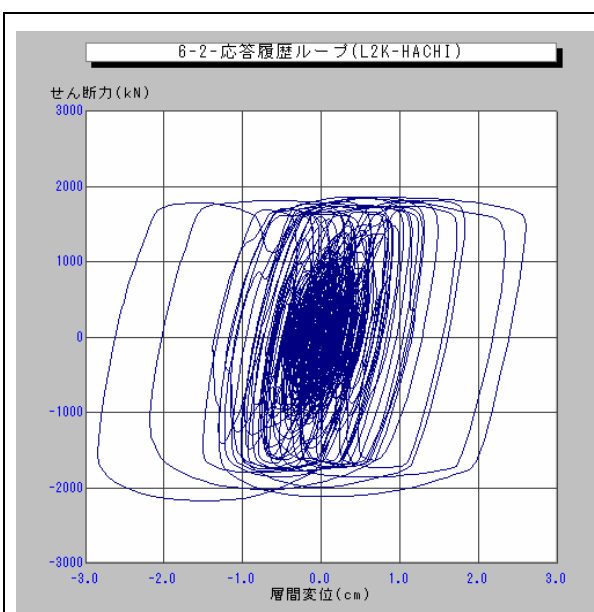
$\Gamma_2 = 0.912 \sim 0.878$, r : 基礎等価半径(m), ρ : 密度, V_s : セン断波速度 $= \sqrt{(\rho / G)}$, ν : ポアソン比



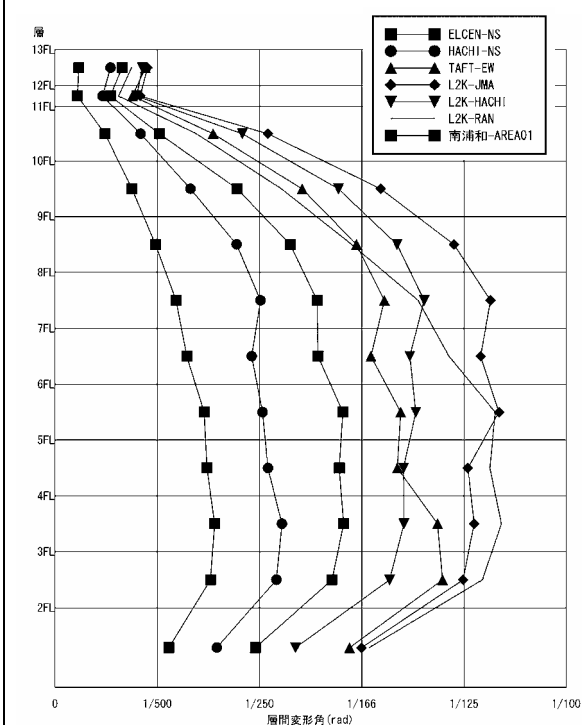
6-5. モデル (C)に制振ダンパーを付加した制振構造モデル (E) による応答

ここでは、上記の基本モデルにおいて以下のような制振ダンパーを取り付けたことの場合の応答シュミレーションを試みる。

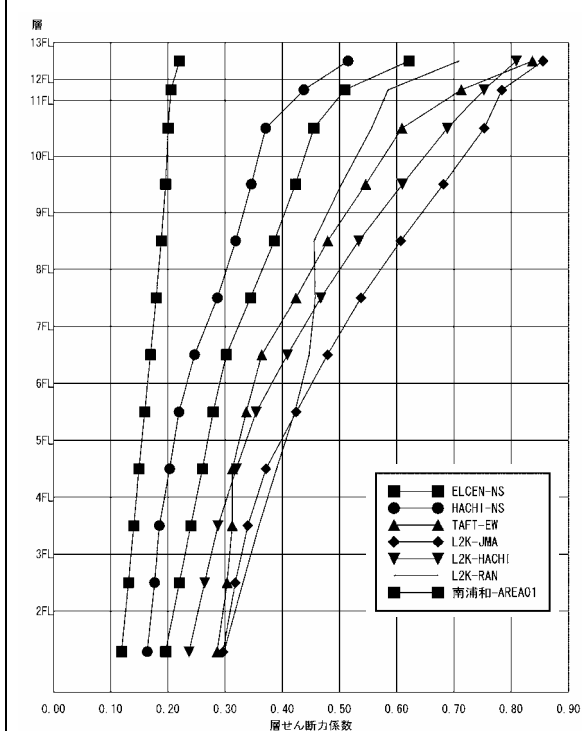




ダンパー減衰力の履歴ループ (6 F)



最大化速度応答 (cm/s²) , Max 750(RF)

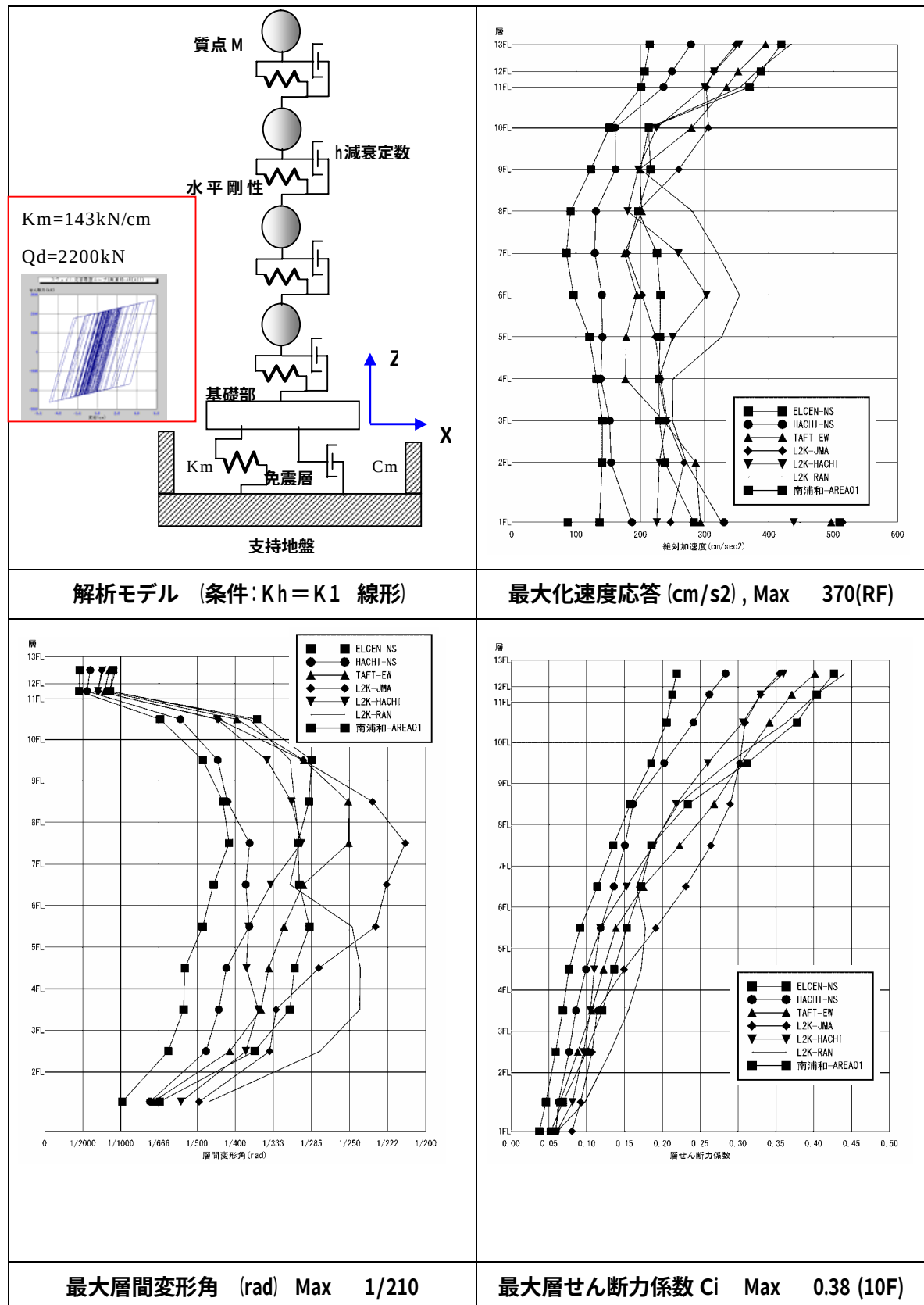


最大層間変形角 (rad) Max 1/120

最大層せん断力係数 C_i Max 0.75 (10F)

6-6. モデル (B)に免震層を設けた免震構造モデル (F) による応答

ここでは、上記の構造モデルにおいて、スウェイばねを柔らかくして免震構造とした場合の応答シュミレーションを試みる。



参考文献 (以下、社団法人日本免震構造協会は「JSSI」と略す)

1. 「建築振動学」多治見 宏著 1965 コロナ社
2. 「地震動のスペクトル解析入門」大崎 順彦著 1976 鹿島出版会
3. 「最新建築学シリーズ 9 最新 耐震構造解析」柴田 明德著 1981 森北出版
4. 「構造物の動的解析」石丸辰治著 1981～1984 建築技術連載
5. 「有限要素法による振動解析」戸川隼人 1975 サイエンス社
6. 「耐震構造の設計 — 構造計算のすすめ方・7 —」1981～1993 (社) 日本建築学会
7. 「AI分布の誕生とその経緯」1992 日本建築学会梗概集 石川 祐二
8. 「建築物の性能設計と検証法」2003 (株) 日建設計東京オフィス構造設計室
9. 「JSSI 時刻歴応答解析による免震建築物の設計基準・同マニュアル及び設計例」2005 JSSI
10. 「免震部材のエネルギー吸収性能評価に関する現状と課題」2007 (財) 日本建築センター
11. 「建物と地盤の動的相互作用を考慮した応答解析と耐震設計」2006 (社) 日本建築学会
12. 「性能設計のための建築振動解析入門 第一版、第二版」北村春幸著 2002, 2009 彰国社
13. 2007 年版 建築物の構造関係技術基準解説書